

निर्देश:

- (i) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (ii) प्रश्न क्र. 1 से प्रश्न क्र. 5 तक वस्तुनिष्ठ प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न 5 अंक का है।
- (iii) प्रश्न क्र. 6 से प्रश्न क्र. 26 तक आंतरिक विकल्प दिये गए हैं।
- (iv) प्रश्न क्र. 6 से प्रश्न क्र. 10 तक प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है।
- (v) प्रश्न क्र. 11 से प्रश्न क्र. 14 तक प्रत्येक प्रश्न 3 अंक का है।
- (vi) प्रश्न क्र. 15 से प्रश्न क्र. 21 तक प्रत्येक प्रश्न 4 अंक का है।
- (vii) प्रश्न क्र. 22 से प्रश्न क्र. 26 तक प्रत्येक प्रश्न 5 अंक का है।

प्र. 1. सही विकल्प चुनिए और अपनी उत्तर-पुस्तिका में लिखिए :

- (i) मान लीजिए कि समुच्चय  $N$  में,  $R = \{(a, b) : a = b - 2, b > 6\}$  द्वारा प्रदत्त संबंध  $R$  है। निम्नलिखित में से सही उत्तर चुनिए :

~~(a)~~  $(2, 4) \in R$ .

~~(b)~~  $(3, 8) \in R$

~~(c)~~  $(6, 8) \in R$

~~(d)~~  $(8, 7) \in R$

- (ii) यदि  $\sin^{-1} x = y$ , तो

~~(a)~~  $0 \leq y \leq \pi$

~~(b)~~  $-\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}$

~~(c)~~  $0 < y < \pi$

~~(d)~~  $-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$

- (iii)  $3 \times 3$  कोटि के ऐसे आव्यूहों की कुल कितनी संख्या होगी जिनकी प्रत्येक प्रविष्टि 0 या 1 है?

~~(a)~~ 27.

~~(b)~~ 18

~~(c)~~ 81

~~(d)~~ 512

(iv) यदि  $\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$  और  $a_{ij}$  का सहखंड  $A_{ij}$  हो तो  $\Delta$  का मान निम्नलिखित रूप में

व्यक्त किया जाता है:

(a)  $a_{11}A_{31} + a_{12}A_{32} + a_{13}A_{33}$

(b)  $a_{11}A_{11} + a_{12}A_{21} + a_{13}A_{31}$

(c)  $a_{21}A_{11} + a_{22}A_{12} + a_{23}A_{13}$

(d)  $a_{11}A_{11} + a_{21}A_{21} + a_{31}A_{31}$

(v) यदि  $x = at^2$ ,  $y = 2at$  है तो  $\frac{dy}{dx}$  का मान होगा :

(a)  $\frac{1}{t}$

(b)  $\frac{1}{t^2}$

(c)  $-\frac{1}{t^2}$

(d)  $-\frac{1}{t}$

प्र. 2. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए:

- (i) एक उत्पाद की  $x$  इकाइयों के विक्रय से प्राप्त कुल आय रुपयों में  $R(x) = 3x^2 + 36x + 5$  से प्रदत्त है। जब  $x = 15$  है तब सीमांत आय ..... रुपये होगी।
- (ii) समाकलन, अवकलन का ..... प्रक्रम है।
- (iii) वक्र  $y = x^2$ ,  $x$ -अक्ष एवं रेखाओं  $x = 1$ ,  $x = 2$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ..... वर्ग इकाई होगा।
- (iv)  $A$  पर परिभाषित संबंध  $R$  एक ..... संबंध कहलाता है, यदि  $R$  स्वतुल्य, सममित तथा संक्रामक है।
- (v) किसी प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन का वह मान, जो उसकी मुख्य शाखा में स्थित होता है, प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन का ..... कहलाता है।

प्र. 3. एक वाक्य / शब्द में उत्तर लिखिए:

- (i) यदि किसी आव्यूह में 2 अवयव हैं, तो इसकी संभव कोटियाँ क्या हो सकती हैं?
- (ii) क्या फलन  $f(x) = |x|$ ,  $x = 0$  पर संतत है?
- (iii)  $x = 2$  पर वक्र  $y = x^3 - x$  की स्पर्श रेखा की प्रवणता का मान कितना होगा?
- (iv) यदि  $f$  एक विषम फलन है तो,  $\int_{-a}^a f(x) dx$  का मान कितना होगा?
- (v) बिन्दु  $(1, 2)$  पर यदि  $\frac{dy}{dx} = 0$  हो तो अभिलंब का समीकरण क्या होगा?

प्र. 4. निम्नलिखित के लिए सत्य/असत्य लिखिए:

(i) यदि बिन्दु  $(x_0, y_0)$  पर  $\frac{dy}{dx}$  का अस्तित्व नहीं है तब इस बिन्दु पर अभिलंब  $x$ -अक्ष के समांतर है और इसका समीकरण  $y = y_0$  है।

(ii) वास्तविक मान फलन  $f$  के प्रांत में  $I$  एक अंतराल है, तब  $f$  अंतराल  $I$  में वर्धमान है, यदि  $I$  में  $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$ , सभी  $x_1, x_2 \in I$  के लिए।

(iii) फलन  $f$  के प्रांत में एक बिन्दु  $c$  जिस पर या तो  $f'(c) = 0$  या  $f$  अवकलनीय नहीं है,  $f$  का क्रांतिक बिन्दु कहलाता है।

- (iv) किसी अवकल समीकरण में सम्मिलित उच्चतम अवकलज की कोटि, उस अवकल समीकरण की घात कहलाती है।
- (v) किसी अवकल समीकरण की घात (यदि परिभाषित हो) उस अवकल समीकरण में सम्मिलित उच्चतम कोटि अवकलज की उच्चतम घात (केवल धनात्मक पूर्णांक) होती है।

प्र. 5. सही जोड़ी मिलाइए:

स्तम्भ - A	स्तम्भ - B
(i). $\int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx$	(a). $\log  x + \sqrt{x^2 + a^2}  + C$ 3
(ii). $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 - a^2}} dx$	(b). $\frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + C$ 4
(iii). $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}} dx$	(c). $\frac{1}{2a} \log \left  \frac{x-a}{x+a} \right  + C$ 5
(iv). $\int \frac{1}{a^2 + x^2} dx$	(d). $\sin^{-1} \frac{x}{a} + C$ 1
(v). $\int \frac{1}{x^2 - a^2} dx$	(e). $\log  x + \sqrt{x^2 - a^2}  + C$ 2
	(f). $\frac{1}{2a} \log \left  \frac{a+x}{a-x} \right  + C$

प्र. 6. एक  $2 \times 2$  आव्यूह  $A = [a_{ij}]$  की रचना कीजिए जिसके अवयव  $a_{ij} = \frac{i}{j}$  द्वारा प्रदत्त हैं।

अथवा

यदि  $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$  तथा  $B = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$  है तो  $AB$  का मान ज्ञात कीजिए।

प्र. 7. यदि  $2 \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 1 & 8 \end{bmatrix}$  तो  $x$  और  $y$  के मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

यदि  $A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$  हो तो सत्यापित कीजिए कि  $A'A = I$ .

प्र. 8. दर्शाइए कि  $f(x) = \sin(x^2)$  द्वारा परिभाषित फलन, एक संतत फलन है।

अथवा

$x=3$  पर फलन  $f(x) = 2x^2 - 1$  के सांतत्य की जाँच कीजिए।

प्र. 9. यदि  $2x+3y = \sin x$  तो  $\frac{dy}{dx}$  का मान ज्ञात कीजिए ।

अथवा

$e^{\sin^{-1}x}$  का  $x$  के सापेक्ष अवकलन ज्ञात कीजिए ।

प्र. 10.  $\int \frac{1}{x+x \log x} dx$  का मान ज्ञात कीजिए ।

अथवा

$\int x e^x dx$  का मान ज्ञात कीजिए ।

प्र. 11. किसी आयत की लंबाई  $x$ ,  $3 \text{ cm/min}$  की दर से घट रही है और चौड़ाई  $y$ ,  $2 \text{ cm/min}$  की दर से बढ़ रही है । जब  $x=10 \text{ cm}$  और  $y=6 \text{ cm}$  है तब आयत के क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए ।

अथवा

एक वृत्त की त्रिज्या समान रूप से  $3 \text{ cm/s}$  की दर से बढ़ रही है । ज्ञात कीजिए कि वृत्त का क्षेत्रफल किस दर से बढ़ रहा है जब त्रिज्या  $10 \text{ cm}$  है ।

प्र. 12. दिखाइए कि फलन  $f$ , जो  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x$ ,  $x \in R$  से प्रदत्त है,  $R$  पर निरंतर वर्धमान फलन है ।

अथवा

$x$  के उन मानों को ज्ञात कीजिए जिनके लिए  $y = [x(x-2)]^2$  एक वर्धमान फलन है ।

प्र. 13. प्रवणता 2 वाली सभी रेखाओं का समीकरण ज्ञात कीजिए जो वक्र  $y + \frac{2}{(x-3)} = 0$  को स्पर्श करती है ।

अथवा

वक्र  $x = 1 - a \sin \theta$ ,  $y = b \cos^2 \theta$  के  $\theta = \frac{\pi}{2}$  पर अभिलंब की प्रवणता ज्ञात कीजिए ।

प्र. 14. अवकल का प्रयोग करके  $\sqrt{49.5}$  का सन्निकटन मान दशमलव के तीन स्थानों तक ज्ञात कीजिए

अथवा  $\sin^{-1} x$  का अवकलन ज्ञात कीजिए ।

$f(2.01)$  का सन्निकट मान ज्ञात कीजिए जहाँ  $f(x) = 4x^2 + 5x + 2$  है ।

प्र. 15. सिद्ध कीजिए कि समुच्चय  $A = \{x \in Z : 0 \leq x \leq 12\}$ , में  $R = \{(a, b) : a = b\}$  द्वारा परिभाषित संबंध एक तुल्यता संबंध है ।

अथवा

सिद्ध कीजिए कि  $f(x) = 2x$  द्वारा प्रदत्त फलन  $f : N \rightarrow N$ , एकैकी है किन्तु आच्छादक नहीं है ।

प्र. 16.  $f(x) = 4x + 3$  द्वारा प्रदत्त फलन  $f : R \rightarrow R$  पर विचार कीजिए । सिद्ध कीजिए कि  $f$  व्युत्क्रमणीय है ।  $f$  का प्रतिलोम फलन ज्ञात कीजिए ।

अथवा

मान लीजिए कि  $N$  में  $a*b=a$  तथा  $b$  का H.C.F द्वारा परिभाषित एक द्विआधारी संक्रिया  $*$  है। क्या  $*$  क्रमविनिमेय है? क्या  $*$  साहचर्य है? क्या  $N$  में इस द्विआधारी संक्रिया के तत्समक का अस्तित्व है?

प्र.17. सिद्ध कीजिए कि  $\tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{2}{11} = \tan^{-1} \frac{3}{4}$  .

अथवा

$\tan^{-1} \left[ 2 \cos \left( 2 \sin^{-1} \frac{1}{2} \right) \right]$  का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.18. सिद्ध कीजिए कि  $3 \sin^{-1} x = \sin^{-1} (3x - 4x^3)$ ,  $x \in \left[ -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right]$  .

अथवा

$\sin^{-1} \left( \sin \frac{2\pi}{3} \right)$  का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.19.  $\Delta = \begin{vmatrix} 0 & \sin \alpha & -\cos \alpha \\ -\sin \alpha & 0 & \sin \beta \\ \cos \alpha & -\sin \beta & 0 \end{vmatrix}$  का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

यदि  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$  हो, तो दिखाइए  $|3A| = 27|A|$  .

प्र.20. सिद्ध कीजिए कि  $\begin{vmatrix} i & a & bc \\ 1 & b & ca \\ 1 & c & ab \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)$  .

अथवा

सिद्ध कीजिए कि  $\begin{vmatrix} a^2+1 & ab & ac \\ ab & b^2+1 & bc \\ ca & cb & c^2+1 \end{vmatrix} = 1+a^2+b^2+c^2$  .

प्र.21. सारणिकों का प्रयोग करके (1, 2) और (3, 6) को मिलाने वाली रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

अथवा

निम्नलिखित समीकरण निकाय को आव्यूह विधि से हल कीजिए:

$2x + 5y = 1$

$3x + 2y = 7$

प्र.22. आव्यूह  $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$  को एक सममित आव्यूह तथा एक विषम सममित आव्यूह के

योगफल के रूप में व्यक्त कीजिए।

अथवा

प्रारंभिक संक्रियाओं के प्रयोग द्वारा निम्नलिखित आव्यूह का व्युत्क्रम प्राप्त कीजिए:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

प्र.23. यदि  $y = (\tan^{-1} x)^2$  है तो दर्शाइए कि  $(x^2 + 1)^2 y_2 + 2x(x^2 + 1)y_1 = 2$  है।

अथवा

फलन  $f(x) = x^2 + 2x - 8$ ,  $x \in [-4, 2]$  के लिए रोले के प्रमेय को सत्यापित कीजिए।

प्र.24.  $\int \frac{dx}{x^2 - 6x + 13}$  का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

योगफल की सीमा के रूप में  $\int_0^2 (x^2 + 1) dx$  का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.25. दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

अथवा

वक्र  $x^2 = 4y$  एवं रेखा  $x = 4y - 2$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

प्र.26. वक्रों के कुल  $y^2 = a(b^2 - x^2)$  जिसमें  $a$  और  $b$  स्वेच्छ अचर हैं, को निरूपित करने वाले समीकरण को ज्ञात कीजिए।

अथवा

अवकल समीकरण  $e^x \tan y dx + (1 - e^x) \sec^2 y dy = 0$  का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

\*\*\*\*\*

<https://www.mpboardonline.com>

Whatsapp @ 9300930012

Send your old paper & get 10/-

अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायरे,

Paytm or Google Pay से