

$$= (6q + 2)^3 = 216q^3 + 216q^2 + 672q + 8$$

$$= 6(36q^3 + 36q^2 + 12q + 1) + 2$$

$$= 3m + 2$$

अतः पूर्णांक $6q + r$ का धन $6m + r$ के रूप का होगा।

पाठ - 2

बहुपद

प्र.1 $4S^2 - 4s + 1$ में शून्यक ज्ञात कीजिए।

हल : $4S^2 - 4s + 1 = 0$

$$2s - 1 = 0$$

$$s = \frac{1}{2}$$

शून्यको का योग $= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 = \frac{-(-4)}{4}$

शून्यको का गुणनफल $= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

प्र. 2 पहले बहुपद से दूसरे बहुपद को भाग करके जाँच कीजिए कि क्या प्रथम बहुपद द्वितीय बहुपद का गुणनखण्ड है।

$$t^2 - 3, 2t^4 + 3t^3 - 2t^2 - 9t + 12$$

हल :

$$\begin{array}{r}
 2t^2 + 3t + 4 \\
 t^2 - 3 \overline{) 2t^4 + 3t^3 - 2t - 9t + 12} \\
 \underline{2t^4 - 6t^2} \\
 - + 4t^2 - 2t - 9t + 12 \\
 + 4t^2 - 12t + 12 \\
 \underline{ + 4t^2 - 12t} \\
 - 12t + 12 \\
 - 12t + 12 \\
 \underline{ - 12t + 12} \\
 0
 \end{array}$$

चूँकि यहाँ शेषफल 0 है, अतः दिया हुआ प्रथम बहुपद, द्वितीय का गुणनखण्ड है।

प्र. 3. यदि बहुपद $x^3 - 3x^2 + x + 1$ के शून्यक $a - b$, a , $a + b$ हो, तो, a और b ज्ञात कीजिए।

हल : $x^3 - 3x^2 + x + 1$ के शून्यक $a - b$, a , $a + b$ हैं।
तो

$$a - b + a + a + b = -\frac{(-3)}{1} = 3$$

$$3a = 3a - \frac{3}{3} = 1$$

$$(a - b)a + a(a + b) + (ab)(a - b) = 1$$

$$a^2 - ab + a^2 + ab + a^3 - b^3 = 1$$

$$3a^2 - b^3 = 1$$

$$3(1)^2 - b^3 = 1$$

$$+ b^3 = 3 - 1 = 2$$

$$b = \pm\sqrt{2}$$

a और b के अभिष्ट मान $a = 1$, $b = \pm\sqrt{2}$ है।

अध्याय 3

दो चरों वाले रैखिक

समीकरण युग्म

प्र. 1. क्रिकेट टीम का एक कोच ने रु. 3900 में 3 बल्ले तथा 6 गेंदे खरीदी। बाद में उसने एक और बल्ला तथा उसी प्रकार की 3 गेंदे रु. 1300 में खरीदी। इस स्थिति को बीजगणितीय तथा ज्यामितीय रूपों में व्यक्त कीजिए।

हल :

प्रश्नानुसार

गणित - 10 वीं (कंचन पॉकेट गुटका)

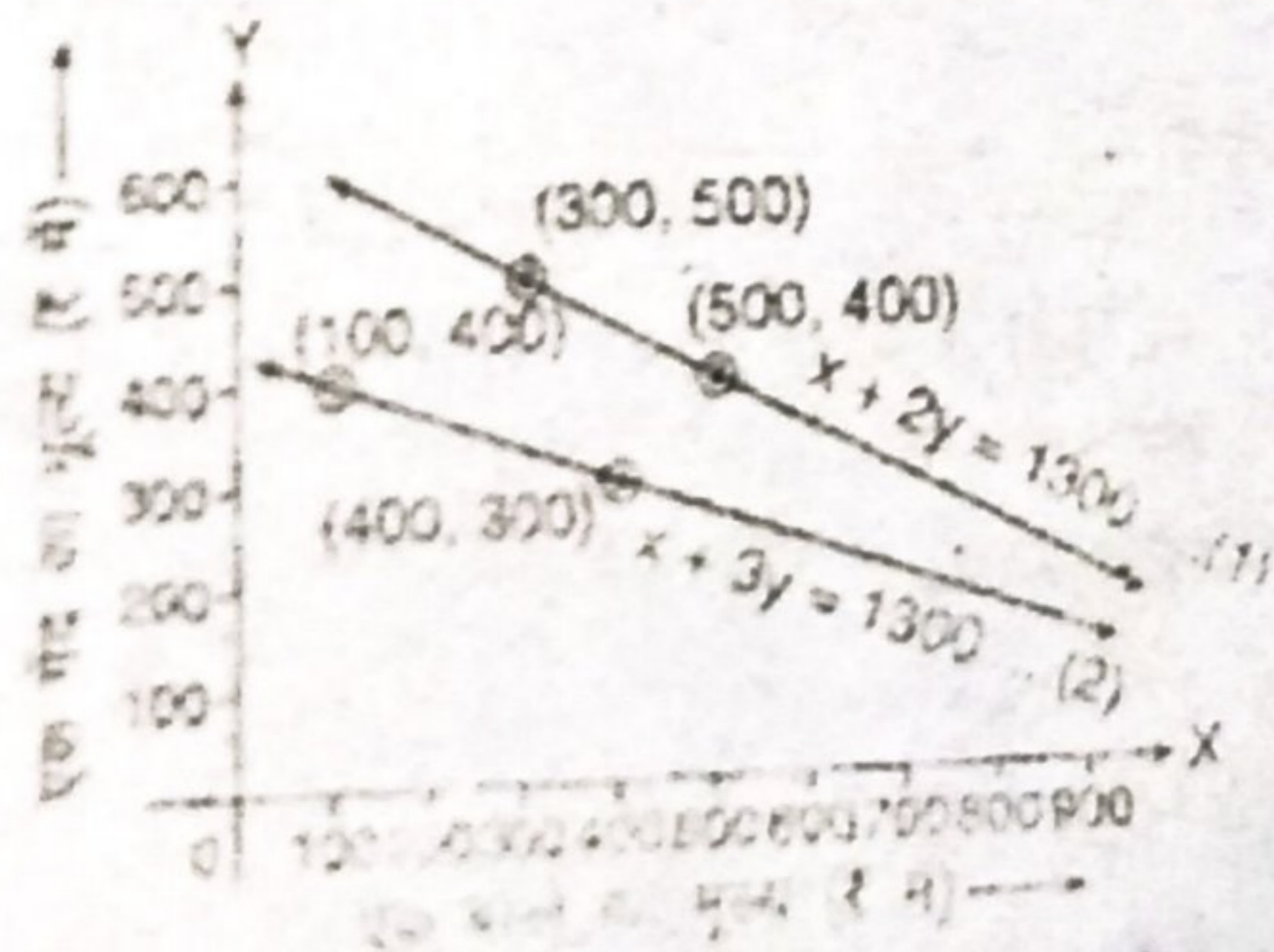
12

$$3x + 6y = 3900$$

$$x + 2y = 1300$$

x	300	500
$y = \frac{1300 - x}{2}$	500	400

x	400	100
$y = \frac{1300 - x}{3}$	300	400



गणित - 10 वीं (कंचन पॉकेट गुटका)

13

प्र.2. अनुपातों $\frac{a_1}{a_2}$, $\frac{b_1}{b_2}$ और $\frac{c_1}{c_2}$ की तुलना कर ज्ञात कीजिए कि निम्न समीकरण युग्म निरूपित रेखाएँ एक बिन्दु पर प्रतिच्छेद करती हैं।

$$5x - 4y + 8 = 0, \quad 7x + 6y - 9 = 0$$

$$\text{हल - } \frac{a_1}{a_2} = \frac{5}{7}, \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{-4}{6}, \quad \frac{c_1}{c_2} = \frac{8}{-9}$$

$$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

अतः समीकरण युग्म द्वारा निरूपित रेखाएँ एक बिन्दु पर प्रतिच्छेद करती हैं।

प्र. 3 निम्न रेखिक समीकरण युग्मों को प्रतिस्थापित विधि से हल कीजिए।

i) $x + y = 14, \quad x - y = 4$

हल - $x + y = 14 \dots (1)$

$x - y = 4 \dots (2)$

$y = x - 4$

y का मान समीकरण 1 में रखने पर

$$x + x - 4 = 14$$

$$2x = 18$$

$$x = 9$$

$$y = 5$$

उत्तर - $x = 9, y = 5$

प्र. 4 निम्न समीकरण के युग्म को विलोपन विधि तथा प्रतिस्थापन विधि से हल कीजिए। कौन-सी विधि उपयुक्त है।

$$x + y = 5 \text{ और } 2x - 3y = 4$$

हल - 1) विलोपन विधि

$$x + y = 5 \quad \dots (1)$$

$$2x - 3y = 4 \quad \dots (2)$$

समीकरण (1) को 3 से गुणा करने पर

$$3x + 3y = 15$$

$$2x - 3y = 4 \quad \dots (2)$$

$$5x = 19$$

$$x = \frac{19}{5}$$

x का मान समीकरण 1 में रखने पर

$$\frac{19}{5} + y = 5$$

$$y = 5 - \frac{19}{5}$$

$$= \frac{25 - 19}{5}$$

$$y = \frac{6}{5}$$

$$y = \frac{6}{5}$$

अतः हल $x = \frac{19}{5}, y = \frac{6}{5}$ है।

ii) प्रतिस्थापन विधि

समी. (1) से $y = 5 - x$

y का मान समी. (2) में रखने पर

$$2x - 3y = 4$$

$$2x - 3(5 - x) = 4$$

$$2x - 15 + 3x = 4$$

$$5x = 19$$

$$x = \frac{19}{5}$$

x का मान रखने पर

$$y = 5 - \frac{19}{5}$$

$$y = \frac{6}{5}$$

प्र. 5 दो अंको का योग 9 है। इस संख्या को दो गुना संख्या के अंगो को पलटने से बनी संख्या का दो गुना है। वह संख्या ज्ञात कीजिए।

हल : मान लीजिए संख्या का दहाई का अंक x व इकाई का अंक y है तो संख्या का मान

$$10x + y$$

प्रश्नानुसार $x + y = 9$

संख्या के अंको को पलटने पर बनी नई संख्या का मान होगा

$$10y + x$$

$$9(10x + y) = 2(10y + x)$$

$$90x + 9y = 20y + 2x$$

$$88x - 11y = 0$$

$$8x - y = 0$$

$$y = 8x$$

y का मान समीकरण (1) में रखने पर

$$x + 8x = 9$$

$$9x = 9$$

$$x = \frac{9}{9} = 1$$

x का मान y में रखने पर

$$y = 8 \times 1 = 8$$

अतः अभिष्ट हल 1 व 8 है।

अध्याय - 4

द्विघात समीकरण

प्र.1 गुणनखण्ड विधि) से निम्न द्विघात समीकरणों के हल ज्ञात कीजिए।

i) $x^2 - 3x - 10 = 0$

$$x^2 - 5x + 2x - 10 = 0$$

$$x(x - 5) + 2(x - 5) = 0$$

$$(x + 2)(x - 5) = 0$$

$$x = 2, + 5$$

ii) $2x^2 - x + \frac{1}{8} = 0$

$$16x^2 - 4x - 4x + 1 = 0$$

$$K^2 - 24 = 0$$

$$K^2 = 24$$

$$K = \pm 2\sqrt{6}$$

K के अभिष्ट मान $\pm 2\sqrt{6}$ है।

अध्याय - 5

समान्तर श्रेणियाँ

प्र. 1 दी हुई A.P. के प्रथम चार पद लिखिए, जबकि प्रथम पद a और सर्वान्तर d निम्नलिखित है।

$$a = 4, d = -3$$

अभिष्ट पद - 4, 1, -2, -5

प्र. 2 निम्नलिखित में सही उत्तर चुनिए और उसका औचित्य दीजिए।

AP : 10, 7, 4, ... का 30 वाँ पद है।

$$a = 10, d = -3, n = 30$$

$$a_n = a + (n - 1)d$$

$$a_{30} = 10 + (30 - 1)(-3)$$

$$= -77$$

प्र. 3 निम्नलिखित श्रेणियों को पूर्ण करें।

i) -1, \square , \square , \square , \square , 6

$$a = -4, a_6 = 6$$

$$6 = -4 + (6 - 1)d$$

$$5d = 10$$

$$d = 2$$

$$a_2 = -4 + 2 = -2$$

$$a_3 = -4 + 2 \times 2 = -4 + 4 = 0$$

$$a_4 = -4 + 3 \times 2 = -4 + 6 = 2$$

$$a_5 = -4 + 4 \times 2 = -4 + 8 = 4$$

अतः अभिष्ट पद क्रमशः, -2, 0, 2 एवं 4 है।

प्र. 4 वह AP ज्ञात कीजिए जिसकी तीसरा पद 16 है और 7 वाँ पद 5 वें पद से 12 अधिक है।

$$\text{हल: } a_3 = 16 \quad a + 2d$$

$$a_7 - a_5 = (a + 6d) - (a + 4d)$$

$$12 = a + 6d - a - 4d$$

$$12 = 2d$$

$$d = 6$$

$$a_3 = a + 2d$$

$$16 = a + 2 \times 6$$

$$a = 4$$

$$\text{AP} = 4, 10, 16, 22, \dots$$

प्र. 5 यदि किसी AP के प्रथम 74 पदों का योग 49 है और

प्रथम 17 पदों का योग 289 है, तो उसके प्रथम n पदों का योग ज्ञात कीजिए

हल: $S_7 = 49, S_{17} = 289$

$$S_7 = \frac{7}{2} [2a + 6d]$$

$$4a = 7a + 21d$$

$$a + 3d = 7$$

$$S_{17} = \frac{17}{2} [2a + 16d]$$

$$a + 8d = 17$$

समी 2 में से 1 को घटाने पर

$$a + 8d = 17$$

$$a + d = 7$$

$$5d = 10$$

$$d = 2$$

$$a + 3 \times 2 = 7$$

$$a = 1$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - a) d]$$

$$= \frac{n}{2} [2 + 2n - 2]$$

$$= \frac{n}{2} \times 2n = n^2$$

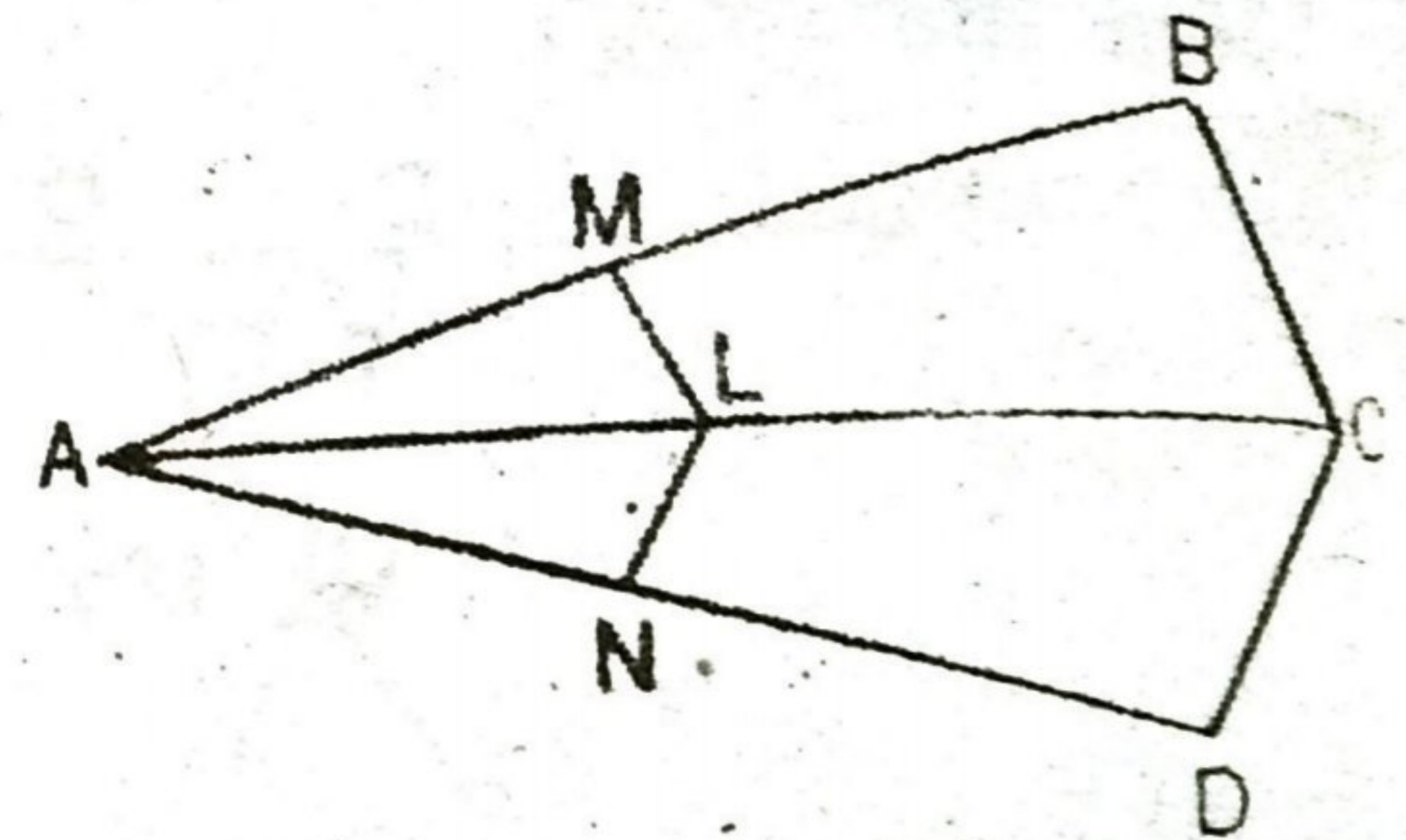
अध्याय - 6

त्रिभुज

प्र. 1 संलग्न आकृति में यदि $LM \parallel CB$ और $LN \parallel CD$

हो, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD}$ है।

हल :



$LM \parallel CD$

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AL}{AC} \dots\dots\dots (1)$$

ΔACD में $LN \parallel CD$

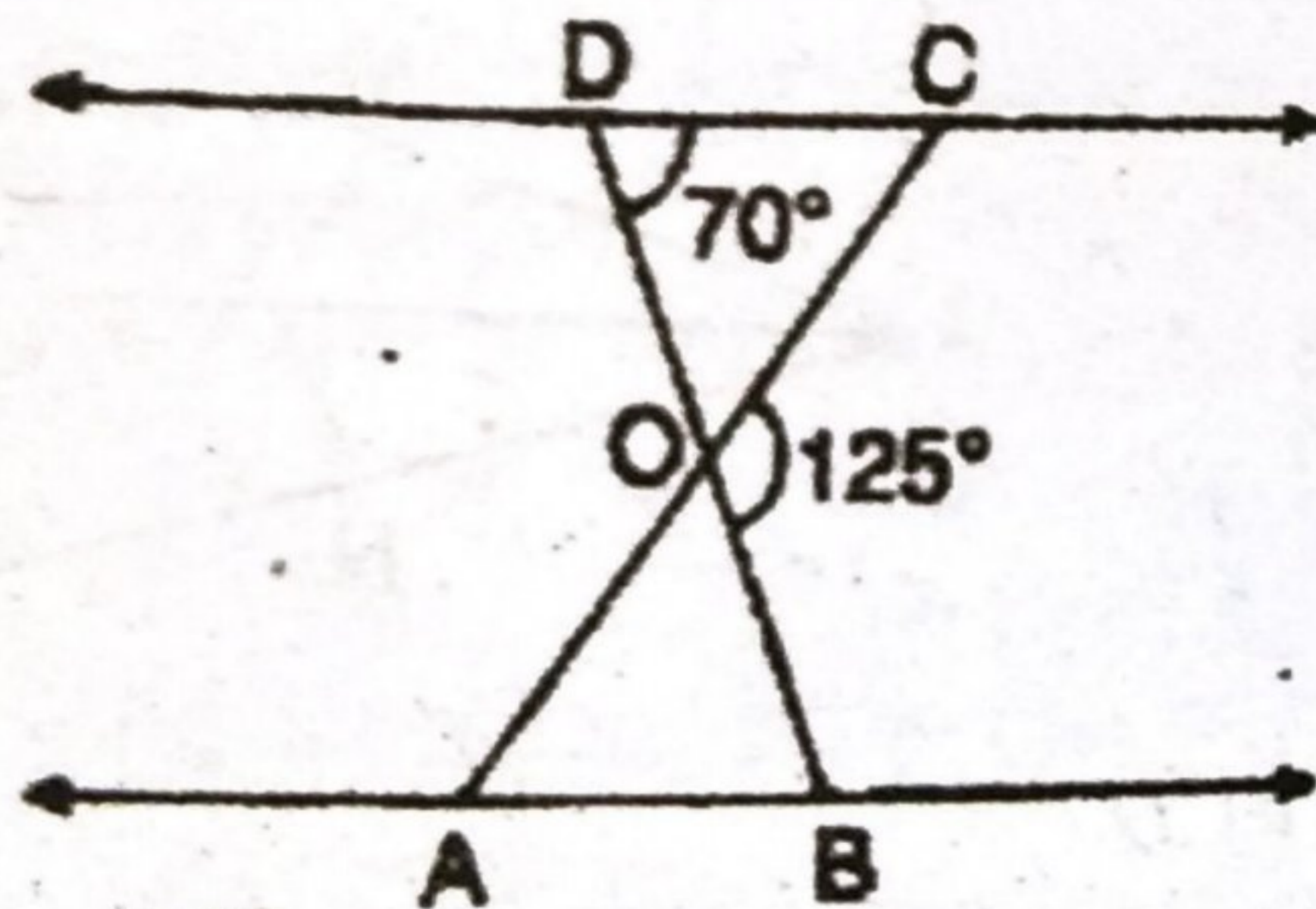
$$\frac{AN}{AD} = \frac{AL}{AC} \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD} \text{ (समीकरण 1 व 2 से)}$$

इति सिद्धम्

प्र. 2 संलग्न आवृत्ति में $\Delta ODC \sim \Delta OBC$, $\angle BOC = 125^\circ$ और $\angle CDO = 70^\circ$ हो $\angle DOC$, $\angle DCO$ और $\angle OAB$ ज्ञात कीजिए।

हल :



$$\angle DOC + \angle COB = 180^\circ$$

$$\begin{aligned} \angle DOC &= 180^\circ - 125^\circ \\ &= 55^\circ \end{aligned}$$

$$\angle DCO + \angle CDO = \angle COB$$

$$\angle DCO + 70^\circ = 125^\circ$$

$$\angle DCO = 55^\circ$$

$$\angle ODC \sim \Delta OBC \text{ (दिया है)}$$

$$\text{अतः } \angle DOC = \angle DCO = \angle OAB = 55^\circ$$

प्र. 3 10 m लम्बी एक सीढ़ी एक दीवार पर टिकाने पर भूमि से 8 मी. की ऊँचाई पर स्थित एक खिड़की तक पहुँचती है। दीवार के आधार से सीढ़ी के निचले सिरे की दूरी ज्ञात कीजिए।

हल : $AB = 10\text{m}$. लम्ब सीढ़ी है।

जो दीवार BC पर टिकाया गया है।

जमीन से 8m. ऊँचाई पर खिड़की है।

ΔABC

$$\angle C = 90^\circ$$

$$AC^2 = AB^2 - BC^2$$

$$AC^2 = 10^2 - 8^2$$

$$= 100 - 64$$

$$AC = \sqrt{36}$$

$$AC = 6 \text{ cm.}$$

(पाइथागोरस प्रमेय से)

अध्याय - 7

निर्देशांक ज्यामिति

प्र. 1 बिन्दुओं के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

$(-5, 7), (-1, 3)$

$$\text{हल : दूरी} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(-1 + 5)^2 + (3 - 7)^2}$$

$$= \sqrt{4^2 + (4)^2}$$

$$= \sqrt{32}$$

$$= 4\sqrt{2}$$

प्र. 2 निर्धारित कीजिए की क्या बिन्दु $(1, 5), (2, 3)$ और $(-2, -11)$ संरेखी है।

$$\text{हल : } PQ = \sqrt{(2-1)^2 + (3-5)^2}$$

$$= \sqrt{1^2 + (-2)^2}$$

$$= \sqrt{5}$$

$$QR = \sqrt{(-2-2)^2 + (-11-3)^2}$$

$$= \sqrt{(-4)^2 + (-14)^2}$$

$$= \sqrt{16 + 196}$$

$$= \sqrt{212}$$

$$RP = \sqrt{(1+2)^2 + (5+11)^2}$$

$$= \sqrt{3^2 + 16^2}$$

$$= \sqrt{9 + 256}$$

$$= \sqrt{265}$$

लेकिन $\sqrt{5} + \sqrt{212} \neq \sqrt{265}$

अतः दिये हुए बिन्दु संरेख नहीं है।

प्र. 3 उस बिन्दु के निर्देशांत ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं $(-1, 7)$ और $(4, -3)$ को मिलाने वाली रेखाखण्ड को 2:3 के अनुपात में विभाजित करता है।

हल : यहाँ

$$x_1 = -1, y_1 = 7, x_2 = 4, y_2 = -3$$

$$m_1 = 2, m_2 = 3$$

$$x = \frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{2 \times 4 + 3 \times (-1)}{2 + 3}$$

$$= \frac{8 - 3}{5} = \frac{5}{5} = 1$$

$$y = \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{2 \times (-3) + 3 \times 7}{2 + 3}$$

$$= \frac{3 + 21}{5} = \frac{24}{5}$$

$$= 4.8$$

$$x = 1, y = 4.8$$

अभिष्ट बिन्दु के निर्देशांत

प्र. 4 उस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष

हैं।

$$(2, 3), (-1, 0), (2, -4)$$

$$\text{हल : } \Delta = \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

$$= \frac{1}{2} [2 \times 4 + (-1) \times (-7) + 2 \times (3 - 0)]$$

$$= \frac{1}{2} [2 \times 4 + (-1) \times (-7) + 2 \times 3]$$

$$= \frac{1}{2} [8 + 7 + 6]$$

$$= \frac{21}{2}$$

अध्याय 8 त्रिकोणमिति का परिचय

प्र. 1 $\triangle ABC$ में जिसका कोण B समकोण है।

AB - 24 cm. और BC = 7 cm. है निम्नलिखित के मान ज्ञात कीजिए।

$$\sin A \text{ CoSA}$$

हल : $\triangle ABC$ में

$\angle B$ समकोण

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \text{ (पाईथागोरस प्रमेय से)}$$

$$= 24^2 + 7^2$$

$$= 576 + 49$$

$$= 9625$$

$$= 625 = 25$$

$$\sin A = \frac{BC}{AC} = \frac{7}{25}$$

$$\cos A = \frac{AB}{AC} = \frac{24}{25}$$

प्र. 2 यदि $\angle A$ और $\angle B$ न्यूनकोण हो, जहाँ $\cos A = \cos B$, तो दिखाइए $\angle A = \angle B$

हल : $\triangle ABC$ एक समकोण है, जहाँ $\angle A$ और $\angle B$ न्यूनकोण है।

$$\cos A = \cos B$$

$$\frac{AC}{AB} = \frac{BC}{AB}$$

$$\therefore AC = BC$$

$$\angle A = \angle B$$

बराबर भूजाओं के सम्मुख कोण

$$\text{प्र. 3 } \cot \theta = \frac{7}{8} \text{ तो } \frac{(1 + \sin \theta)(1 - \sin \theta)}{(1 + \cos \theta)(1 - \cos \theta)} \text{ का मान}$$

ज्ञात कीजिए।

हल

$$\frac{(1 + \sin\theta)(1 - \sin\theta)}{(1 + \cos\theta)(1 - \cos\theta)}$$

$$\frac{1 - \sin^2\theta}{1 - \cos^2\theta} \left[(a+b)(a-b) = a^2 - b^2 \right]$$

$$= \frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta} = (\cot\theta)^2 \quad \because [\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta]$$

$$= \left(\frac{7}{8}\right)^2 \quad \left[\because \cot\theta = \frac{7}{8} \right]$$

$$= \frac{49}{64}$$

प्र. 4. $\sin 60^\circ \cdot \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cos 60^\circ = ?$

हल : $\sin 60^\circ \times \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cos 60^\circ$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

प्र. 5 यदि $\tan(A+B) = \sqrt{3}$ और $\tan(A-B) = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $A > B$ तो A और B के मान ज्ञात कीजिए।

हल : $\tan(A+B) = \sqrt{3} = \tan 60^\circ$

$$A+B = 60^\circ \dots (1)$$

$$\tan(A-B) = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30^\circ$$

$$A-B = 30^\circ \dots (2)$$

समी. (1) व (2) को जोड़ने पर

$$A+B = 60^\circ$$

$$A-B = 30^\circ$$

$$2A = 90^\circ$$

$$A = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$$

प्र. 6 निम्नलिखित $\frac{\sin 18^\circ}{\cos 72^\circ}$ का मान ज्ञात कीजिए।

हल $\frac{\sin(90^\circ - 72^\circ)}{\cos 72^\circ} = \frac{\cos 72^\circ}{\cos 72^\circ} = 1$

प्र. 7 यदि $\tan 2A = \cot(A-18^\circ)$ जहाँ 2A का एक न्यूनकोण है, तो A का मान ज्ञात कीजिए।

$$\text{हल: } \tan 2A = \cot (A - 180)$$

$$\cot (90^\circ - 2A) = \cot (A - 18^\circ)$$

$$90^\circ - 2A = A - 18^\circ$$

$$3A = 108^\circ$$

$$A = \frac{108^\circ}{3} = 36^\circ$$

$$\text{प्र. 8 सिद्ध कीजिए - } \sqrt{\frac{1 + \sin A}{1 - \sin A}} = \sec A + \tan A$$

$$\text{LHS} = \sqrt{\frac{1 + \sin A}{1 - \sin A}}$$

$$= \sqrt{\frac{1 + \sin A}{1 - \sin A}} \times \sqrt{\frac{1 + \sin A}{1 + \sin A}}$$

$$= \sqrt{\frac{(1 + \sin A)^2}{\cos^2 A}}$$

$$= \frac{1 + \sin A}{\cos A}$$

$$= \frac{1}{\cos A} + \frac{\sin A}{\cos A}$$

$$= \sec A + \tan A$$

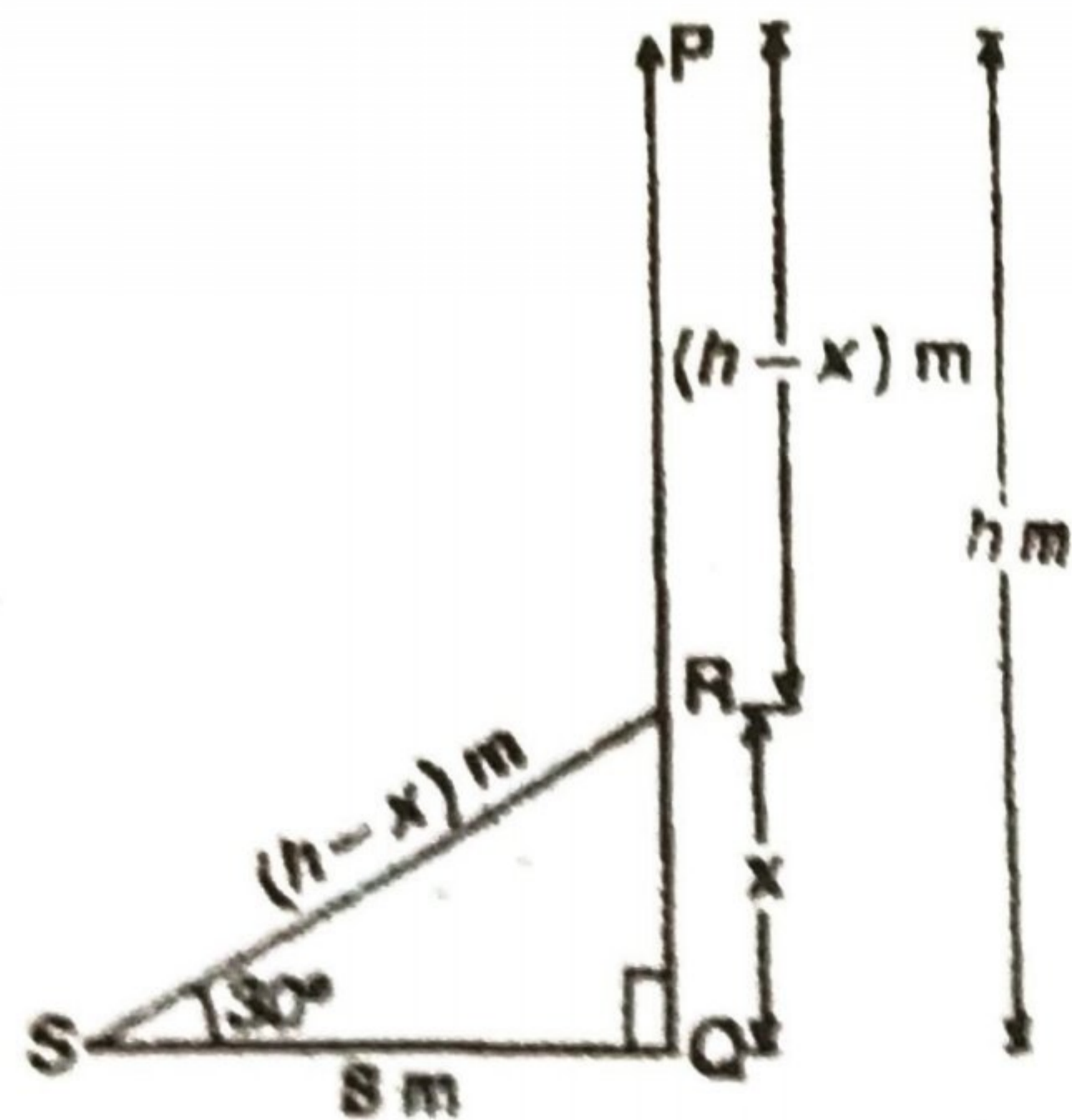
अध्याय 9

त्रिकोणमिति के कुछ अनुप्रयोग

प्र. 1 आँधी आने से एक पेड़ टूट जाता है और टूटा हुआ भाग इस तरह मुड़ जाता है कि पेड़ का शिखर जमीन को छूने लगता है और इसके साथ 30° का कोण बनाता है। पेड़ के पाद बिन्दु की दूरी जहाँ पेड़ का शिखर जमीन को छूता है। पेड़ की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

हल: मान लीजिए एक पेड़ $PQ = h$ m. लम्बा आँधी के कारण $QR = x$ m. की ऊँचाई पर स्थित R बिन्दु से टूट जाता है।

$$SR = PR (h-x)$$



$$\frac{RQ}{QS} = \tan RSQ = \frac{x}{8}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$x = \frac{8}{\sqrt{3}} \text{ m}$$

$$\frac{RQ}{SR} = \frac{8}{h-x} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$h-x = \frac{16}{\sqrt{3}}$$

$$h = \frac{16}{\sqrt{3}} + x$$

$$h = \frac{16}{\sqrt{3}} + \frac{8}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{16+8}{3}$$

$$= \frac{24}{\sqrt{3}} = 8\sqrt{3} \text{ m}$$

प्र.2. एक मीनार के पाद बिन्दु से एक भवन के शिखर का उन्नयन कोण 30° है। और भवन के पाद बिन्दु से मीनार के शिखर का उन्नयन कोण 60° है। यदि मीनार 50 मी. उंची हो, तो भवन की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

हल : माना

$$PQ = 50 \text{ m}, QS = x \text{ m}$$

$$RS = h \text{ m}$$

$$\angle RQS = 30^\circ$$

$$\angle PSQ = 60^\circ$$

$$\frac{RS}{SQ} = \tan RQS$$

$$\frac{h}{x} = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$x = h\sqrt{3} \quad \dots (1)$$

समकोण ΔPQS में

$$\frac{PQ}{SQ} = \tan PSQ = \frac{50}{x} = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$x\sqrt{3} = 50 \quad \dots (2)$$

समीकरण 1 से $x = h\sqrt{3}$ का मान (2) में रखने पर

$$h\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 50$$

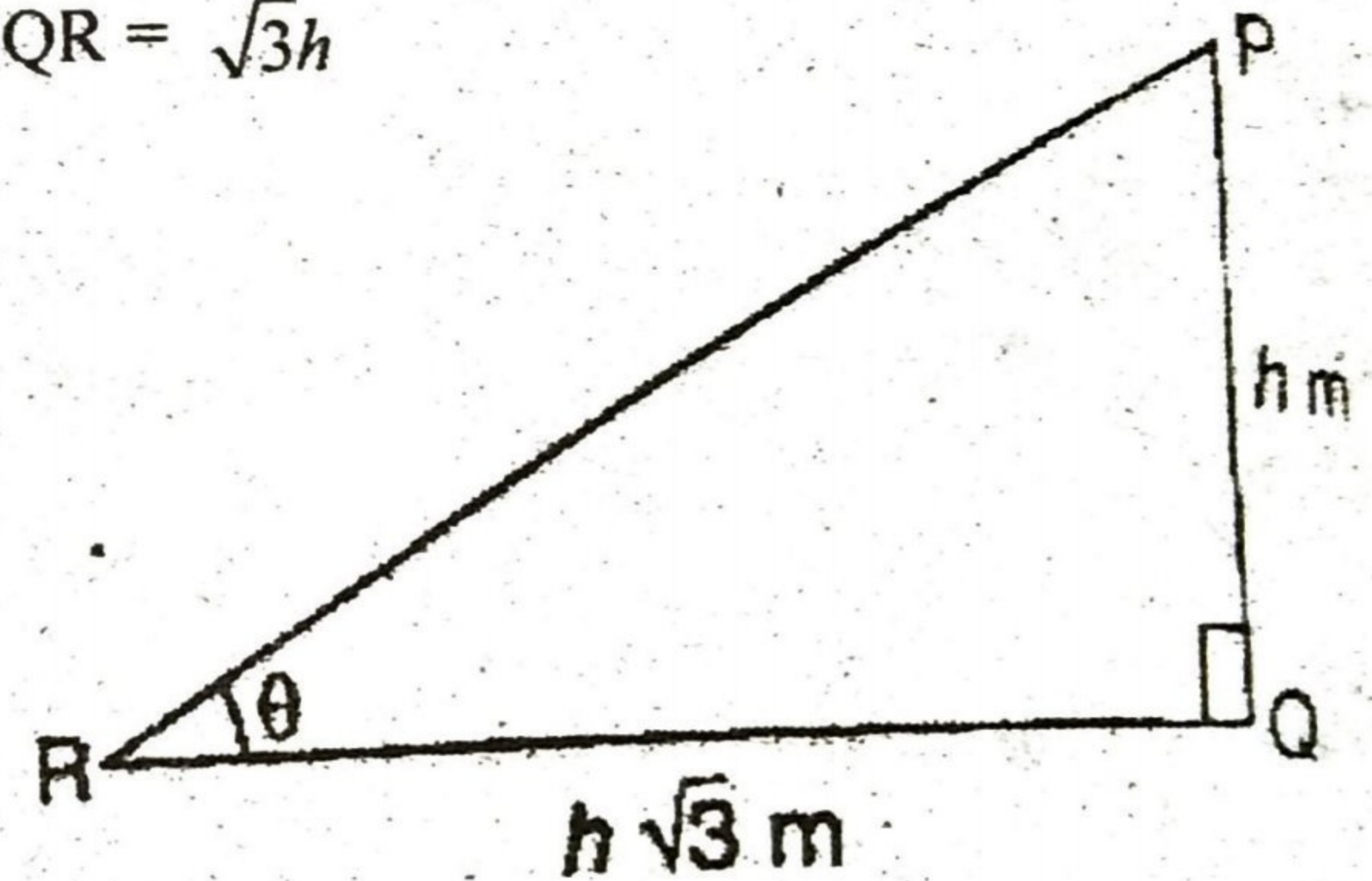
$$3h = 50$$

अतः भवन की ऊँचाई $16\frac{2}{3}m$ है।

प्र. 3 सूर्य का उन्नतांश ज्ञात कीजिए जबकि hm ऊँचे किसी खम्बे की छाया $\sqrt{3}h$ लंबी है।

हल : $PQ = hm$.

$$QR = \sqrt{3}h$$



$$\frac{PQ}{QR} = \tan PRQ$$

$$\frac{h}{h\sqrt{3}} = \tan \theta$$

$$\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30^\circ = \theta = 30^\circ$$

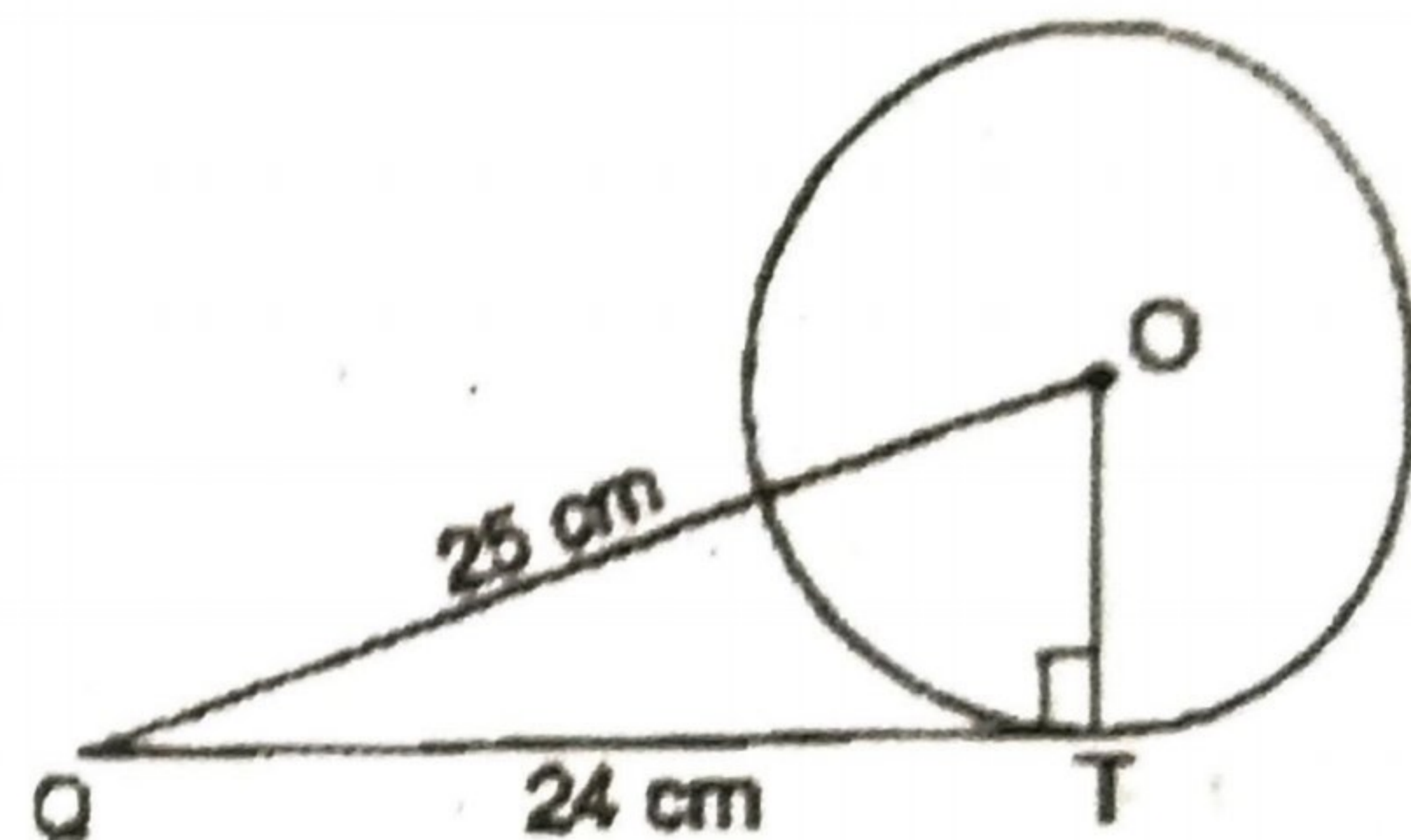
अध्याय 10

वृत्त

प्र.1 एक बिन्दु Q से एक वृत्त पर स्पर्श रेखा की लंबाई 24 सेमी तथा Q की केन्द्र से दूरी 25 सेमी. हो तो वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

हल :

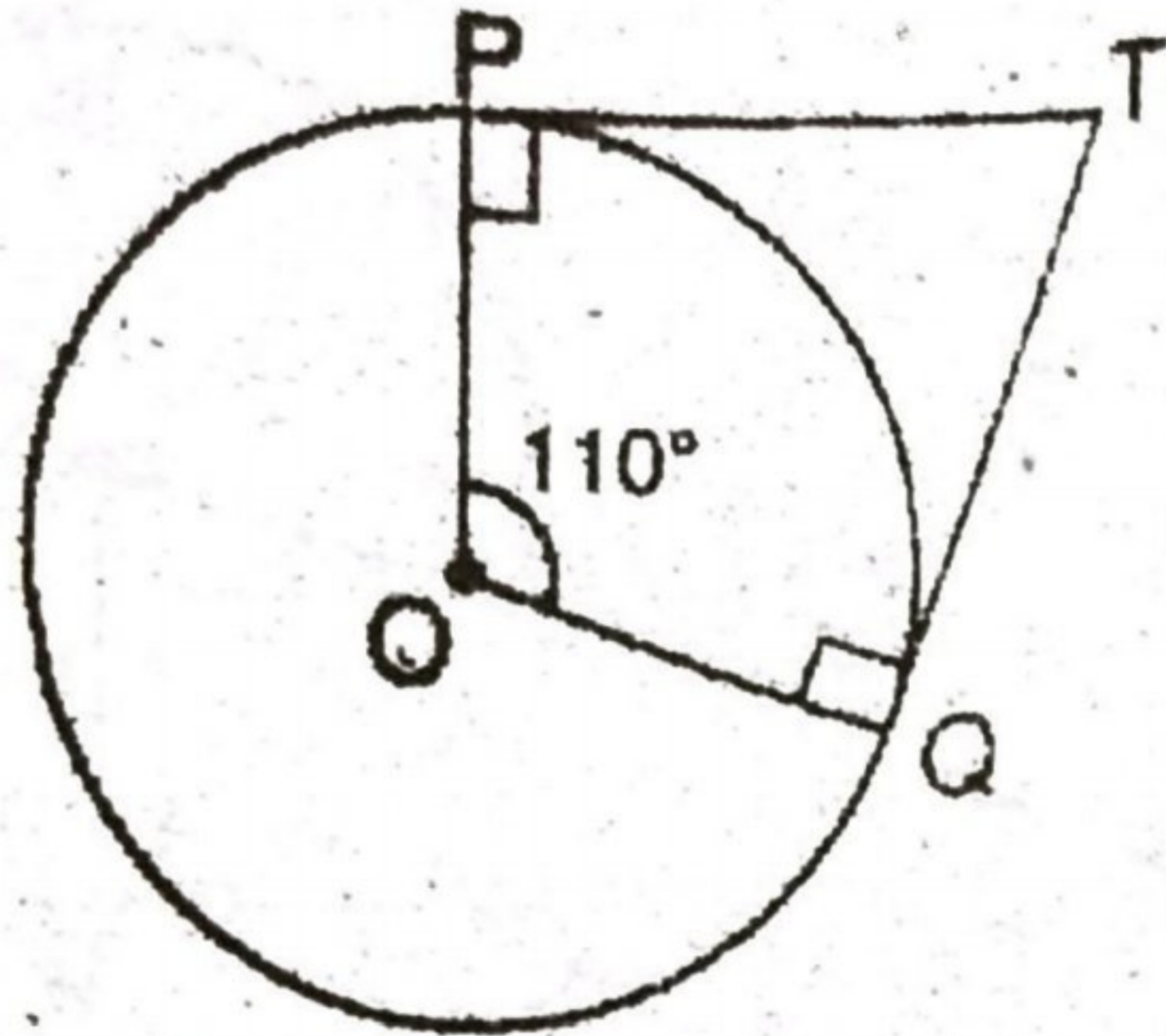
$$\begin{aligned} \text{त्रिज्या} &= \sqrt{OQ^2 - OT^2} \\ &= \sqrt{25^2 - 24^2} \\ &= \sqrt{625 - 576} \\ &= \sqrt{49} = 7 \end{aligned}$$



प्र. 2 चित्र में यदि TP, TQ केन्द्र O वाले किसी वृत्त पर दो स्पर्श रेखाएं इस प्रकार हैं कि $\angle POQ = 110^\circ$ तो, $\angle PTQ$ क्या होगा।

हल :

$$\begin{aligned} \angle PTQ &= 360^\circ - \angle P - \angle Q - \angle POQ \\ &= 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 110^\circ \\ &= 70^\circ \end{aligned}$$



प्र. 3 PAB, O केन्द्र के वृत्त की छेदक रेखा है, जो वृत्त को A तथा B पर काटती है तथा PT स्पर्श रेखा है, तो सिद्ध कीजिए की $PA \cdot PB = PT^2$

हल: वृत्त (o, r) की एक छेदक रेखा PAB जो वृत्त को A एवं B पर प्रतिच्छेद करती है।

आकृति 10.19

पेज नं. 321

$$\begin{aligned} PA \cdot PB &= (PM - AM)(PM + MB) \\ &= (PM - AM)(PM + AM) \\ &= PM^2 - AM^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (OP^2 - OM^2) &= (OA^2 - OM^2) \\ OP^2 - OA^2 &= (पाइथागोरस प्रमेय) \\ &= OP^2 - OT^2 \quad (OA = OT) \\ &= PT^2 \\ &\text{इतिसिद्धम्} \end{aligned}$$

अध्याय - 11

रचनाएँ

प्र. 1 7.6 सेमी. लम्बा एक रेखाखण्ड खींचिए और इसे 5.8 अनुपात में विभाजित कीजिए।

हल: 1. $AB = 7.6$ cm. लम्बा एक रेखाखण्ड खींचिए।

2. रेखा AB के बिन्दु A पर नीचे की ओर $\angle BAX = \theta$ एक न्यूनकोण बनाने हे किरण Ax खींचिए।

3. रेखा AB के बिन्दु B पर ऊपर की ओर $\angle ABY =$ एक न्यूनकोण बनाने हुए किरण By खींचिए।

4. AX एवं BY से क्रमशः $AA_1 = A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4 = A_4A_5 = BB_1 = B_1B_2 = B_2B_3 = B_3B_4 = B_4B_5 = B_5B_6 = B_6B_7 = B_7B_8$

रेखाखण्ड करिए।

5. $A, B,$ रेखाखण्ड को मिलाइए जो AB को बिन्दु C पर प्रतिच्छेद करता है।

AB के अभिष्ट विभाजित खण्ड $AC : CB = 5:8$ है।

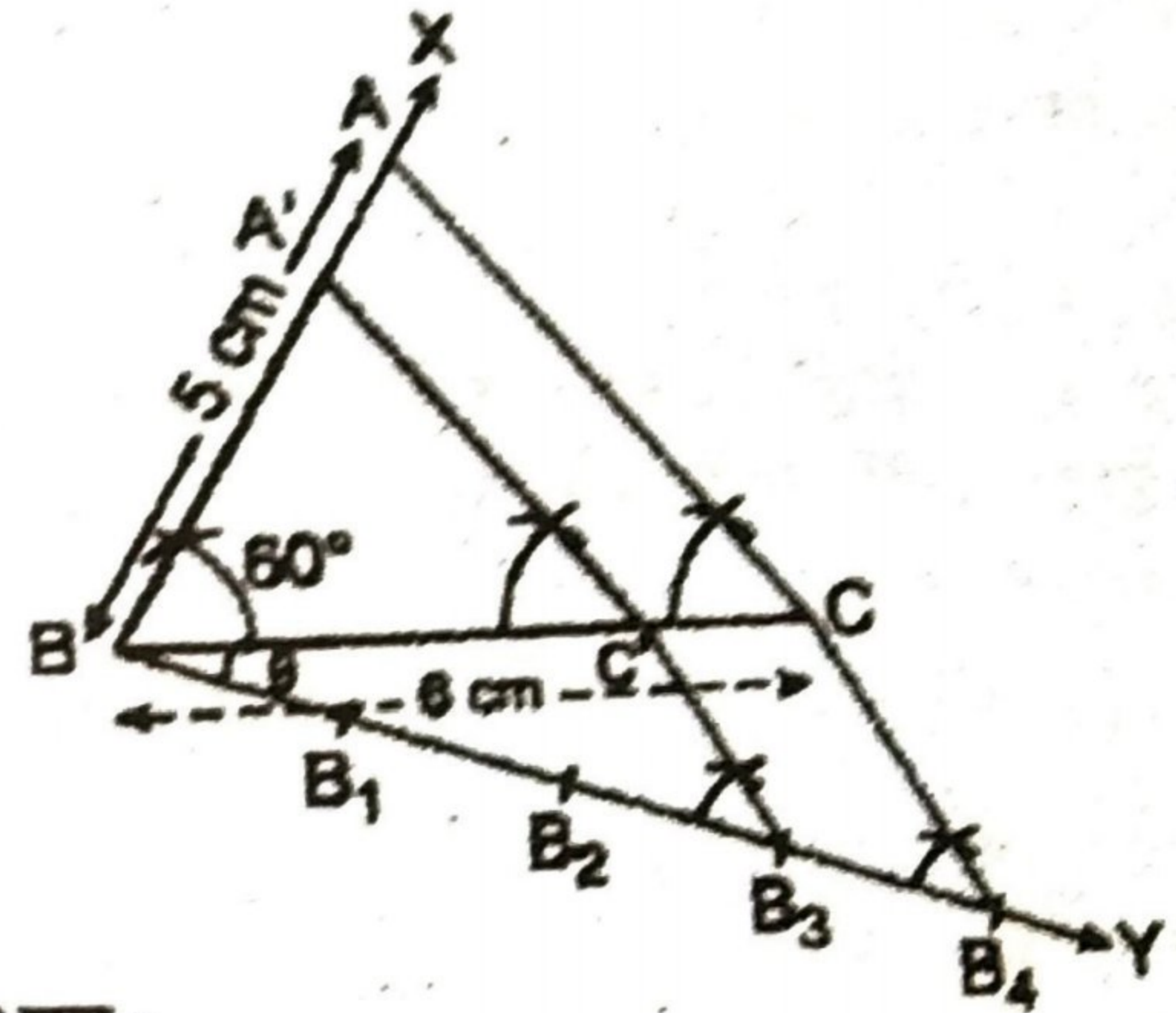
$AC = 2.9, BC = 4.7$

$\triangle CAA_1$ एवं $\triangle CBB_1$

$$\frac{AC}{BC} = \frac{5}{8}$$

प्र. 2. एक त्रिभुज ABC बनाइए जिसमें $BC = 60\text{cm.}$, $AB = 5\text{cm.}$ और $\angle ABC = 60^\circ$ है। फिर एक त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसकी भुजाएँ $\triangle ABC$ की संगत भुजाएँ की $\frac{3}{4}$ गुनी हो।

हल: $\triangle ABC$ की रचना करनी है जिसमें $BC = 6\text{cm.}$, $AB = 5\text{cm.}$ एवं $\angle ABC = 60^\circ$ है।



रचना के पद :

1. एक रेखाखण्ड $BC = 6\text{cm.}$ खींचा।
2. BC के बिन्दु B पर $\angle CBX = 60^\circ$ का कोण बनाते हुए एक किरण BX खींची
3. BX किरण में से $BA = 5\text{cm.}$ का एक रेखाखण्ड काटा।
4. AC को मिलाया। इस प्रकार $\triangle ABC$ की रचना हुई।
5. BC के बिन्दु B पर $\angle CBY = \theta$ एक न्यूनकोण बनाते

हुए किरण BY खींची।

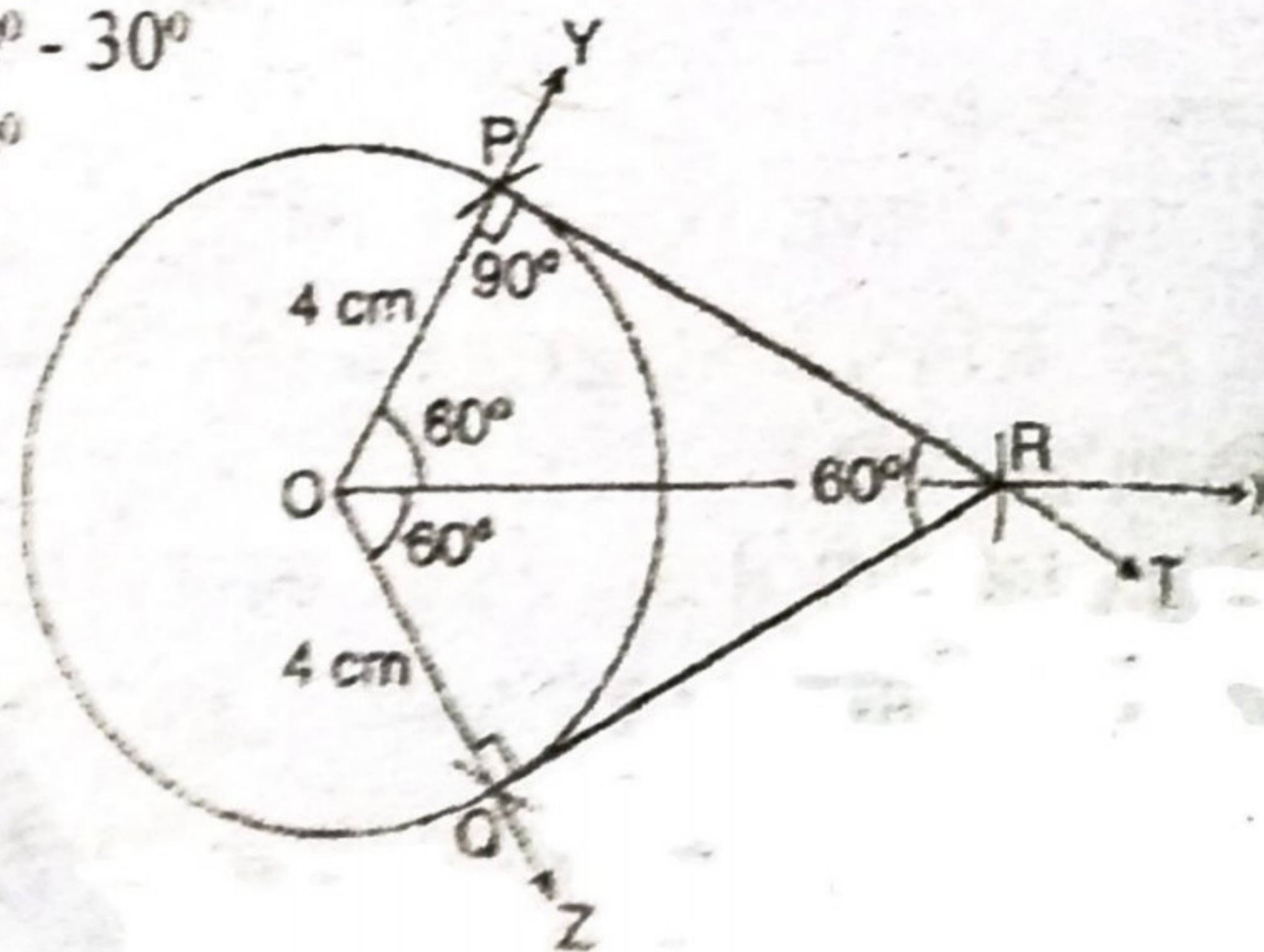
6. किरण By में से $BB_1 = B_1B_2 = B_2B_3 = B_3B_4$ रेखाखण्ड काटें।

7. B_4C को मिलाया।

प्र. 3 4 सेमी. त्रिज्या का एक वृत्त खींचिए। वृत्त पर दो स्पर्श रेखाएँ खींचिए जिसके बीच का कोण 60° का हो।

हल : एक वृत्त (0,4) सेमी की रचना करके इस पर दो स्पर्श रेखाएँ PQ एवं QR इस प्रकार खींचनी है। कि $\angle PRQ = 60^\circ$

$$\begin{aligned} \therefore \angle XOP &= \angle XOQ \\ &= 90^\circ - 30^\circ \\ &= 30^\circ \end{aligned}$$



रचना के पद :

1. एक किरण OX खींचिए।
2. O को केन्द्र लेकर 4 सेमी. त्रिज्या का एक वृत्त खींचिए।
3. OX के साथ $\angle OPT = 90^\circ$ का कोण बनाते हुए OY तथा $\angle XOZ = 60^\circ$ का कोण बनाते हुए किरण OZ खींचिए।
4. बिन्दु P पर $\angle OPT = 90^\circ$ का कोण बनाते हुए किरण OZ खींचिए।
5. QR को मिलाइए।

अध्याय-12 वृत्त से संबंधित क्षेत्रफल

प्र. 1 दो वृत्तों की त्रिज्याएँ क्रमशः 8 सेमी. से और 6 सेमी. कीजिए जिसका क्षेत्रफल इन दोनों वृत्तों के क्षेत्रफल के योग के बराबर है।

हल: प्रथम वृत्त का क्षेत्रफल $A_1 = \pi r_1^2$

$$= \pi(8)^2$$

$$= 64\pi$$

द्वितीय वृत्त का क्षेत्रफल $= A_2 = \pi r^2$

$$\pi(6)^2 = 36\pi$$

संयुक्त क्षेत्रफल $A_1 + A_2$

$$\pi r^2 = 64\pi + 36\pi$$

$$\pi r^2 = 100\pi$$

$$r^2 = 100$$

$$r = \sqrt{100}$$

$$r = 10 \text{ cm.}$$

प्र. 2. किसी कार के प्रत्येक पहिये का व्यास 80 सेमी. है। यदि यह कार 66 किमी. प्रति घण्टे की चाल से चल रही है, तो 10 मिनट में प्रत्येक पहिये कितने चक्कर लगाता है।

हल : काल द्वारा 10 मिनट में चली गई दूरी

$$= \frac{10}{60} \times 66 \text{ km.} = 11000 \text{ m.}$$

मान लीजिए कार के प्रत्येक पहिया द्वारा लगाए गए चक्करों

की संख्या n हो तो चली गई दूरी

$$\pi d \times n =$$

$$\frac{22}{7} \times \frac{80}{100} \times n = 11000$$

$$n = \frac{11000 \times 7 \times 100}{22 \times 80}$$

$$n = 4375$$

अभिष्ट चक्कारों की संख्या = 4375

प्र. 3 6 सेमी. त्रिज्या वाले एक वृत्त के एक त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिसका कोण 60° है।

हल: ज्ञात है $r = 6 \text{ cm}$ एवं $\theta = 60^\circ$

$$\begin{aligned} \text{त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल} &= \frac{\theta^\circ}{360^\circ} \times \pi r^2 \\ &= \frac{60}{360} \times \frac{22}{7} \times 6^2 \\ &= \frac{132}{7} \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

प्र. 4 10 सेमी त्रिज्या वाले एक वृत्त की कोई जीवा केन्द्र पर एक समकोण अन्तरित करती है। निम्नलिखित के क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

चित्र 124

पेज नं. 360

$$r = 10 \text{ cm}, \theta = 90^\circ$$

लघु त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल

$$\frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2$$

$$\frac{90}{360} \times 3.14 \times 10 \times 10$$

$$\text{ar} (\text{OPAB}) = 78.5 \text{ cm}^2$$

$$\text{ar} (\Delta \text{OAB}) = \frac{1}{2} \times \text{OA} \times \text{OB}$$

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times 10 = 50 \text{ cm}^2$$

संगत लघु वृत्तखण्ड का क्षेत्रफल

$$\text{ar} (\text{APB}) = \text{ar} (\text{OAPB}) - \text{ar} (\text{OAB})$$

$$= 78.5 - 50$$

$$= 28.5 \text{ cm}^2$$

अध्याय 13

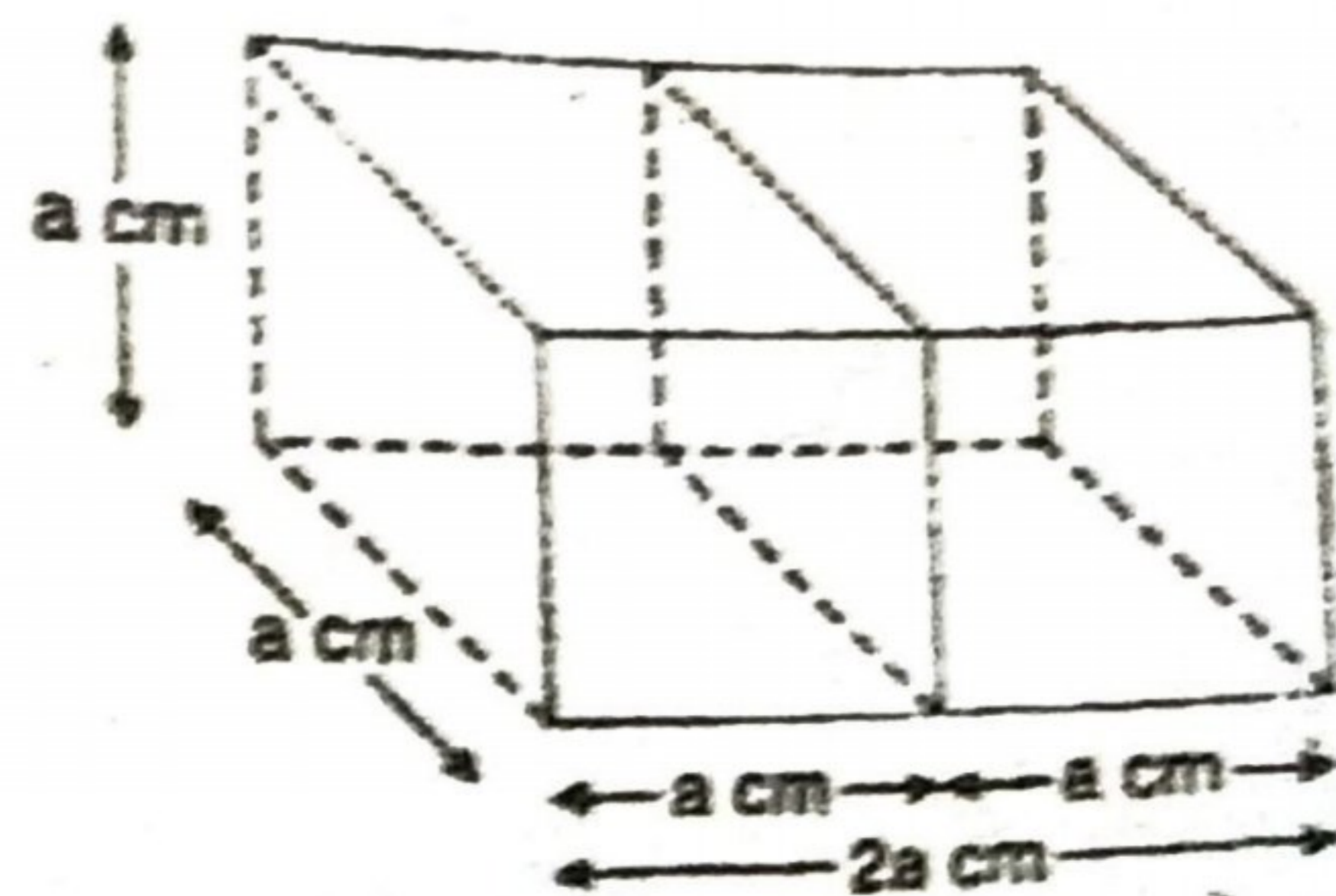
पृष्ठीय क्षेत्रफल एवं आयतन

प्र. 1. दो घनों जिनमें से प्रत्येक का आयतन 64 सेमी.^3 है। संगलग्न फलकों को मिलाकर एक ढोस बनाया जाता है। इससे प्राप्त घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल : दो सर्वांगसम घन जिनमें से प्रत्येक का आयतन

$$V = a^3 = 64 \text{ cm}^3$$

a वर्ग की भुजा है। दोनों के संलग्न फलकों को मिलाकर एक घनाभ बनाया गया है।



$$l = 2a \text{ cm. } b = a \text{ cm. } h = a \text{ cm.}$$

$$v^2 = 64 = (4)^2$$

$$v = 4 \text{ cm.}$$

$$l - 2a = 23 - 4 = 8 \text{ cm.}$$

$$b = 4 \text{ cm. } h = 4 \text{ cm.}$$

$$= 2(lb + bh + hl)$$

$$= 2(8 \cdot 4 + 4 \cdot 4 + 4 \cdot 8)$$

$$= 2(32 + 16 + 32)$$

$$= 160 \text{ cm}^2$$

प्र. 2 एक खिलौना त्रिज्या 3.5सेमी वाले एक शंकु के आकार का है जो उसी त्रिज्या वाले एक अर्द्ध गोल के पर अध्यारोपित है। इस खिलौने की संपूर्ण ऊँचाई 15.5सेमी है। इस खिलौने का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल : $r = 3.5 \text{ cm. } h = 15.5 \text{ cm.}$

शंकु की उर्ध्वाधर ऊँचाई

$$h = 15.5 - 3.5$$

$$= 12 \text{ cm.}$$

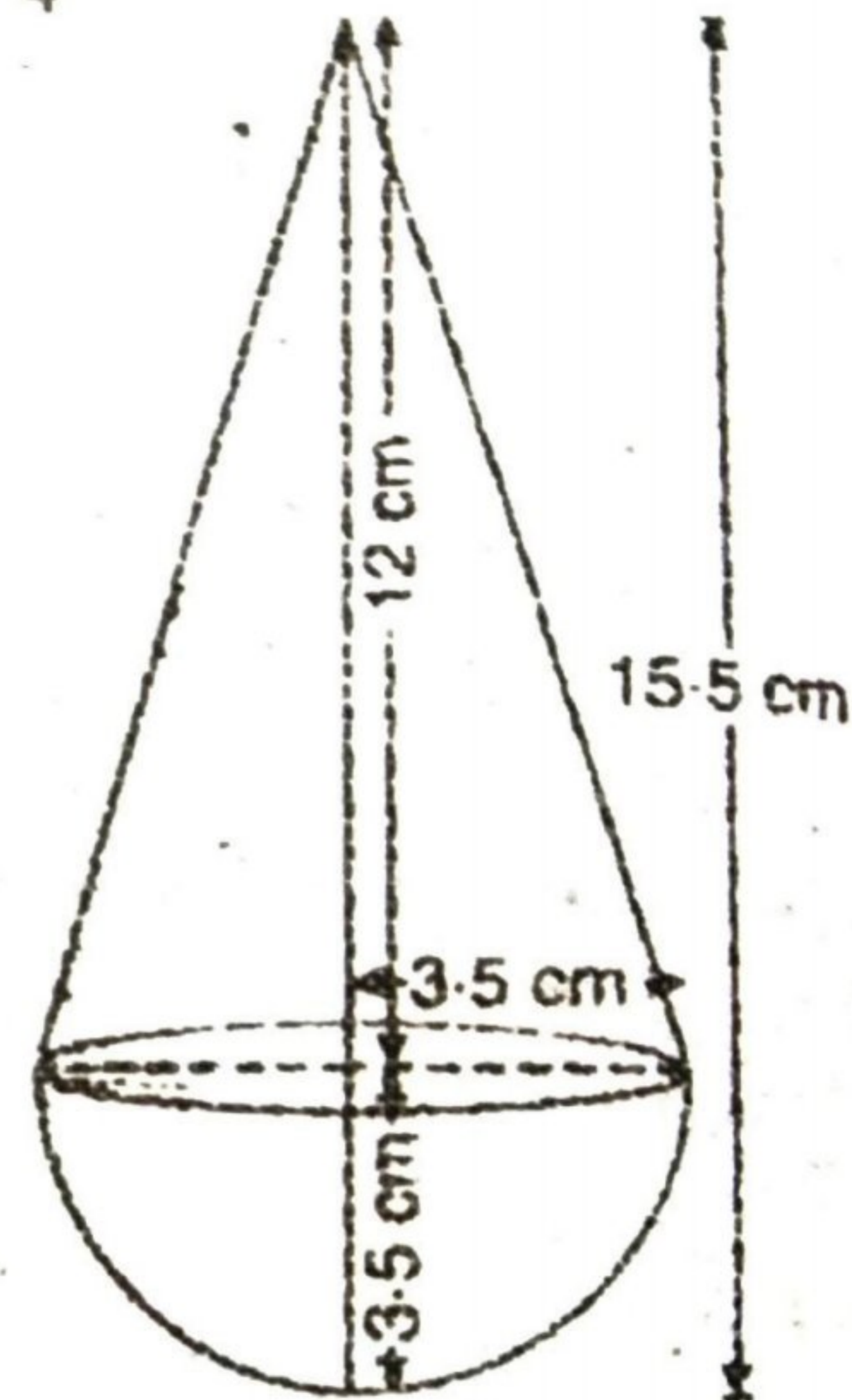
शंकु की तिर्यक ऊँचाई

$$h = \sqrt{h^2 + r^2}$$

$$= \sqrt{(12)^2 + \left(\frac{7}{2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{144 + \frac{49}{4}}$$

$$= 12.5 \text{ cm}$$



खिलौने का पृष्ठीय क्षेत्रफल

शंकु का पृष्ठीय क्षेत्रफल + अर्द्ध गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$\pi r l + 2\pi r^2$$

$$= \frac{2}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{25}{2} + 2 \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^2$$

$$= \frac{275}{2} + 77$$

$$= \frac{275 + 154}{2}$$

$$= 214.5 \text{ cm}^2$$

प्र. 3 त्रिज्या 4.2 सेमी वाले धातु के एक गोले को पिघलाकर त्रिज्या 6 सेमी. वाले एक बेलन के रूप में ढाला जाता है। बेलन की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

हल: माना बेलन की ऊँचाई = h

प्रश्नानुसार बेलन का आयतन = गोले का आयतन

$$\pi r^2 h = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$h = \frac{4R^3}{3r^2}$$

$$h = \frac{4 \times (4.2)^3}{3 \times 6^2}$$

$$h = 2.744 \text{ cm}$$

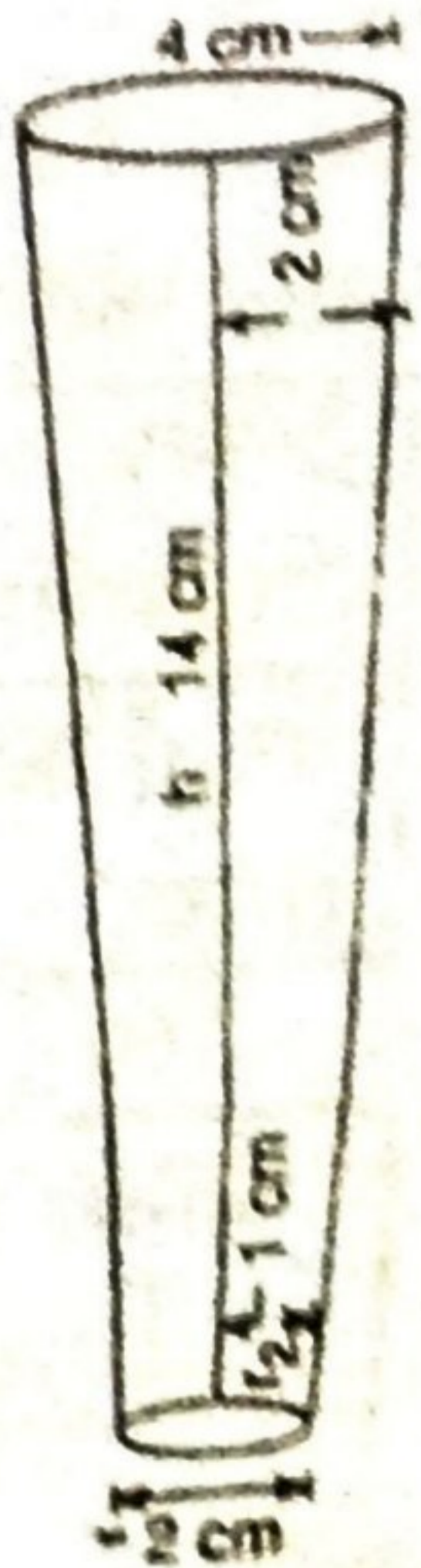
प्र. 4 पानी पीने वाले एक गिलास 14 सेमी. ऊँचाई वाले एक शंकु के छिन्नक के आकार का है। दोनो वृत्ताकर सिरों के व्यास 4सेमी. और 2 सेमी. है। इस गिलास की धारिता ज्ञात कीजिए।

हल: $h = 14 \text{ cm}$, $d_1 = 2r_1 = 4 \text{ cm}$, $d_2 = 2r_2 = 2 \text{ cm}$.

शंकु के छिन्नक का आयतन

$$= \frac{1}{3} \pi h [r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2]$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 14 [2^2 + 1^2 + 2 \times 1]$$



10 वीं (कंचन पॉकेट गुटका) **56**

$$4[4+1+2]$$

$$2 \frac{2}{3} \text{ मिनट}$$

प्र 14 सांख्यिकी

निम्नलिखित बंटन एक मोहल्ले के बच्चों के दैनिक दर्शाता है। माध्य जेब खर्च रू. 18 है। लुप्त बारम्बारता जिए।

11-13	13-15	15-17	17-19	19-21	21-23
7	6	9	13	f	5

जेब	बच्चों की	वर्ग चिन्ह	fixi
13	संख्या	7	12
			84

गणित - 10 वीं (कंचन पॉकेट गुटका) **57**

13-15	6	14	84
15-17	9	1	144
17-19	13	18	234
19-21	f	20	20f
21-23	5	22	110
23-25	4	24	9
	$\sum f = 44 + f$		$\sum fixi = 752 + 20f$

$$\text{माध्य } \bar{x} = \frac{\sum fixi}{\sum f} = \frac{252 + 20f}{44 + f}$$

$$18(44 + f) = 752 + 20f$$

$$20f - 18f = 752 - 792$$

$$2f = 40$$

$$f = 20$$

प्र. 2 निम्नलिखित आँकड़े 225 बिजली उपकरणों के प्रेक्षित जीवनकाल की सूचना देते हैं।

जीवन काल (घण्टों में)	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100	100-120
बारम्बारता	10	35	52	61	38	29

उपकरणों का बहुलक जीवनकाल ज्ञात कीजिए।

हल: प्रेक्षकों में बहुलक वर्ग 60-80 है जिसकी निम्न सीमा $l=60$ वर्ग माप $h=80-60=20$ बारम्बारता $f_1=60$ इससे पहले वर्ग की बारम्बारता $f_0=52$ और अगले वर्ग की $f_2=38$ है।

बहुलक

$$= l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right) \times h$$

$$= 60 + \left(\frac{61 - 52}{2 \times 61 - 52 - 38} \right) \times 20$$

$$= 60 + \left(\frac{9}{122 + 90} \right) \times 20$$

$$= 60 + \frac{180}{32}$$

= 65.63

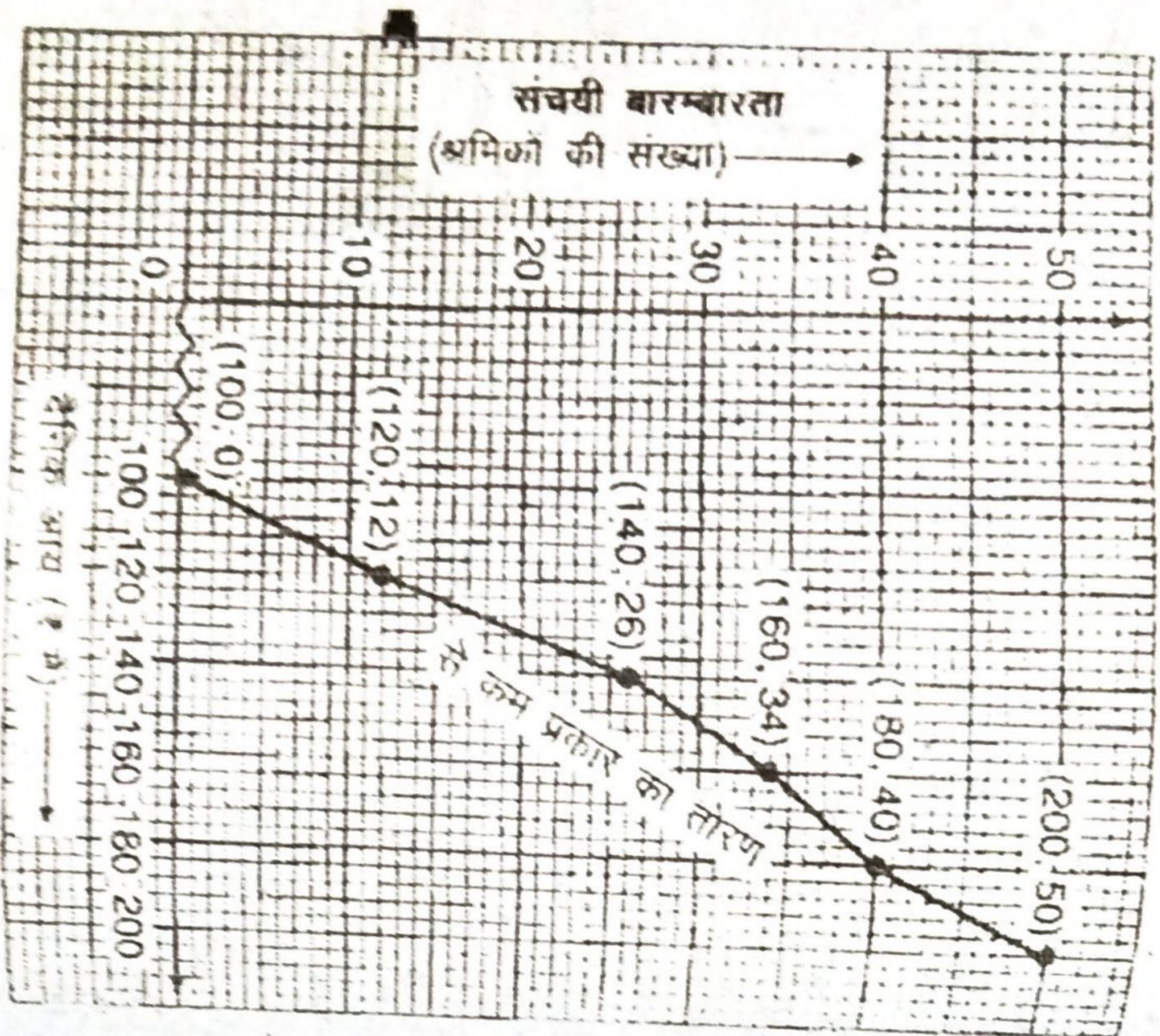
प्र. 5 निम्नलिखित बंटन किसी फैक्टरी के 50 श्रमिकों की

दैनिक आय	100-120	120-140	140-160	160-180	180-200
श्रमिकों की संख्या	12	14	8	6	10

उपयुक्त बंटन को एक कम प्रकार के संचयी बारम्बारता बंटन में बदलिए और उसका तोरण खींचिए।

हल

दैनिक आय	श्रमिकों की संख्या f_i	दैनिक आय (संचयी)	बारम्बारता H_i
100-200	12	120 से कम	12
120-140	14	140 से कम	14+14=26
140-160	8	160 से कम	2+8=34
10-180	6	180 से कम	34+6=40
180-200	10	200 से कम	40+10=50



अध्याय - 15

प्रायिकता

प्र. 1 एक थैले में 3 लाल और 5 काली गेंद हैं। इस थैले में से एक गेंद यादृच्छया निकाली जाती है। इसकी प्रायिकता क्या है। कि गेंद 1) लाल हो? 2) लाल नहीं हो?

गेंदों की कुल संख्या $S = 3 + 5 = 8$

अर्थात् प्रयोग के सभी सम्भावित परिणामों की संख्या $S = 8$

लाल गेंद होने के अनुकूल परिणामों की संख्या $= 3$

i) $P(E) = \frac{E \text{ के अनुकूल परिणाम } n(E)}{\text{कुल सम्भावित परिणाम } n(S)}$

$$= \frac{3}{8}$$

$$= 1 - \frac{3}{8}$$

ii) लाल गेंद न होने की प्रायिकता

$$= \frac{5}{8}$$

प्र. 2 एक पासे को एक बार फेंका जाता है। निम्नलिखित को प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए -

- क) एक अभाज्य संख्या ख) 2 और 6 के बीच संख्या
ग) एक विषम संख्या

गणित - 10 वीं (कंचन पॉकेट गुटका)

62

हल : कुल सम्भावित परिणाम $n(S) = 6$

i) 5 अभाज्य संख्याएँ हैं $E_1 = 2, 3, 5$.
 $n(E_1) = 3$

$P(E_1) = \frac{n(E_1)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

ii) 2 और 6 के बीच की संख्या

$E_2 = 2, 3, 5$,

$n(E_2) = 3$

$P(E_2) = \frac{n(E_2)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

iii) विषम संख्याएँ -

$E_3 = 1, 3, 5$

$n(E_3) = 3$

$P(E_3) = \frac{n(E_3)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

प्र. 3 माल लीजिए आप एक पासे के संलग्न आकृति में दर्शाए गए आयताकार क्षेत्र में यादृच्छ्या रूप से पिटाते हैं। इसकी क्या प्रायिकता है कि वह पास 1 पी. व्यास वाले वृत्त के अंदर गिरेगा।

गणित - 10 वीं (कंचन पॉकेट गुटका)

63

आकृति 15.3

पंज नं. 486

हल : आयताकार क्षेत्र का कुल

क्षेत्रफल $= 3 \times 2 = 6m^2$

कुल संभावनों का क्षेत्रफल $= n(S) = 6m^2$

वृत्त का क्षेत्रफल $n(E) = \pi r^2$

$$= \frac{\pi}{4} m^2$$

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{4}{6} = \frac{\pi}{24}$$

प्र. 4 144 बाल पेनों के समूह में 20 बॉल पेन खराब हैं और शेष अच्छे हैं। आप वही पेन खरीदना चाहेंगे, जो अच्छा हो दुकानदार इन पेनों में से एक पेन निकालकर देता है। क्या प्रायिकता है कि

i) आप पेन खरीदेंगे ? ii) आप पेन नहीं खरीदेंगे?

हल : कुल पेनों की संख्या $n(S) = 144$

खरीदे जा सकने वाले अच्छे पेनों की संख्या

$$n(E) = 144 - 20 = 124$$

खरीदे नहीं जा सकते वाले खराब पेनों की संख्या

गणित - 10 वीं (कंचन पॉकेट गुटका)

$$n(\bar{E}) = 20$$

$$i) P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{124}{144} = \frac{31}{36}$$

$$ii) P(\bar{E}) = \frac{n(\bar{E})}{n(S)} = \frac{20}{144} = \frac{5}{36}$$

अतः अभिष्ट प्रायिकताएँ है

$$i) \frac{31}{36}$$

$$ii) \frac{5}{36}$$

- Good Luck -