

अर्द्धवार्षिक परीक्षा

कक्षा - 11वीं

विषय - गणित

समय : 3 घण्टे

पूर्णांक : 100

निर्देश-1. सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

2. प्रश्न निर्देशानुसार हल कीजिये।
3. प्रत्येक प्रश्न के लिए आवंटित अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।
4. प्र.क्र. 6 से 26 तक प्रत्येक प्रश्न में आंतरिक विकल्प दिये गये हैं।

प्र.1 सही विकल्प चुनकर लिखिये-

5

क यदि किसी समुच्चय A में n अवयव हों तो A के उप समुच्चयों की कुल संख्या होगी-

अ. n ब. n^2 स. n^2+1 द. 2^n

ख यदि $A = \{1, 2, 4\}$, $B = \{2, 4, 6\}$, $C = \{2, 6\}$ तो $(A-B) \times (B-C)$ का मान होगा-

अ. $\{(1, 2), (1, 6), (2, 6)\}$ ब. $\{(1, 4)\}$
स. $\{(4, 1)\}$ द. $\{(1, 2)(1, 4)\}$

ग $\sin 50^\circ - \sin 70^\circ + \sin 10^\circ$ का मान है-

अ. 0 ब. 1 स. -1 द. इनमें कोई नहीं

घ $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^4$ का मान है-

अ. -1 ब. 0 स. 1 द. इनमें कोई नहीं

ङ यदि $x < 5$ हो तो

अ. $-x < -5$ ब. $-x \leq -5$ स. $-x > -5$ द. $-x \geq -5$

प्र.2 नीचे दिये गये प्रश्नों में रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिये-

5

क यदि $A = \{1, 2\}$, $B = \{3, 4\}$, $A \cup B$ का मान होगा।

ख माना कि $A = \{1, 2\}$, $B = \{3, 4, 5\}$ तब $A \times B$ के उप समुच्चयों की संख्या है।

ग यदि $\cos \theta = \frac{1}{2}$ तथा $0 < \theta < \pi$ तो $\theta = \dots\dots\dots$

घ $(1+i)^4 \times \left(1+\frac{1}{i}\right)^4$ का मान है। 1 6

ङ $x \geq 0$ का ग्राफ चतुर्धाश में स्थित है।

प्र.3 नीचे दिये गये कथनों में सत्य/असत्य बताईये -

5

क $n(A \cup B) = n(A) + n(B) + n(A \cap B)$

ख यदि $\sin \phi = 1$ तो $\phi = \frac{\pi}{3}$ रेडियन होगा।

ग यदि $12Pr = 1320$ हो तो $r=3$ होगा।

घ $\left(3x - \frac{x^3}{9}\right)^9$ के प्रसार में पदों की संख्या 8 होती है।

ङ यदि a, b व c समांतर श्रेणी में हों तो $ab+ac = 2b^2$

प्र.4 एक शब्द/वाक्य में उत्तर दीजिये-

क यदि $A = \{4, 5, 6, 9\}$ तथा $B = \{2, 3, 4, 5, 6, 10\}$ हो तो $A \cap B$ का मान होगा।

ख $5!$ का मान क्या होगा?

ग $(x+a)^n$ के प्रसार में $(r+1)$ वां पद क्या होगा?

घ दो संख्याओं के समांतर माध्य एवं गुणोत्तर माध्य में क्या संबंध है?

ङ परवलय का मानक समीकरण लिखिये। $y^2 = 4ax$

प्र.5 नीचे दिये प्रश्न में सही जोड़ियां बनाइये -

क दो बिन्दुओं (x_1, y_1) और (x_2, y_2)

$x=0$ के बीच की दूरी

ख y -अक्ष का समीकरण है

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

ग मूल बिन्दु से होकर जाने वाली रेखा का समीकरण है जिसकी प्रवणता m है

$$m_1 m_2 = -1$$

घ दीर्घ वृत्त का समीकरण है

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

ङ दो रेखाओं के लम्बवत होने का प्रतिबंध $y = mx$

प्र.6 माना कि दो समुच्चय A और B ऐसे हैं, जिसमें $n(A)=20$ तथा $n(B)=25$ तथा $n(A \cup B) = 35$ हो तो $n(A \cap B)$ का मान ज्ञात करो।

अथवा घात समुच्चय की उदाहरण सहित परिभाषा दीजिये।

प्र.7 एक बिन्दु x अक्ष पर है, इसके y निर्देशांक और z निर्देशांक क्या होंगे?

अथवा सिद्ध करो कि $\sin^2 \frac{\pi}{6} + \cos^2 \frac{\pi}{3} - \tan^2 \frac{\pi}{4} = -\frac{1}{2}$

प्र.8 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - x - 10}{x^2 - 4}$ का मान ज्ञात कीजिये।

अथवा $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{bx}$ का मान ज्ञात कीजिये।

प्र.9 $(1-2x)^n$ का प्रसार द्विपद प्रमेय से कीजिये।

- अथवा $(x^2-y)^6$ के व्यापक पद लिखिये।
- प्र.10 $\sin 75^\circ$ का मान ज्ञात कीजिये। 2
- अथवा 240° को रेडियन में परिवर्तित कीजिये।
- प्र.11 नि.लि. त्रिकोणमितीय समीकरण का मुख्य मान एवं सामान्य (व्यापक) हल ज्ञात करो।
 $\tan x = \sqrt{3}$
- अथवा नि.लि. त्रिकोणमितीय समीकरण का व्यापक हल ज्ञात कीजिए $\cos 4x = \cos x$
- प्र.12 समीकरण हल कीजिये $x^2+3=0$ 3
- अथवा सम्मिश्र संख्या $(1-i)$ को ध्रुवीय रूप में परिवर्तित कीजिए।
- प्र.13 यदि ${}^5P_r = 6 {}^5P_{r-1}$ हो तो r का मान ज्ञात कीजिये। 3
- अथवा यदि ${}^nC_9 = {}^nC_8$ हो तो ${}^nC_{17}$ का मान ज्ञात कीजिये।
- प्र.14 $\left(3 - \frac{x^3}{6}\right)^7$ के प्रसार में मध्य पद ज्ञात कीजिये। 3
- अथवा $\left(\frac{3x}{\sqrt{x}} + \frac{x^2}{2}\right)^{10}$ के प्रसार में x से स्वतंत्र पद ज्ञात कीजिए।
- प्र.15 $f(x) = x^2$ है $\frac{f(1.1) - f(1)}{f(1.1) - 1}$ तो का मान कीजिए। 4
- अथवा एक फलन $f(x) = 2x - 5$ से परिभाषित है तो $f(7)$ और $f(-3)$ का मान ज्ञात कीजिए।
- प्र.16 सम्मिश्र संख्या $\left(\frac{1+i}{1-i} - \frac{1-i}{1+i}\right)$ का मापांक ज्ञात कीजिए। 4
- अथवा यदि $x + iy = \frac{a+ib}{a-ib}$ तो सिद्ध करो कि $x^2 + y^2 = 1$
- प्र.17 असमिका $y < 2$ को ग्राफीय विधि से हल कीजिये। 4
- अथवा असमिका $3x + 2y > 6$ को ग्राफीय विधि से हल कीजिये। 4
- प्र.18 नि.लि. दो समानान्तर रेखाओं के बीच की दूरी ज्ञात कीजिये।
 $15x + 8y - 34 = 0$ $15x + 8y + 31 = 0$
- अथवा रेखा $12(x+6) = 5(y-2)$ की बिन्दु $(-1, 1)$ से दूरी ज्ञात कीजिए।
- प्र.19 उस परवलय का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका शीर्ष $(0,0)$ और नाभि $(0,3)$ है। 4
- अथवा दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1$ की नाभियों के निर्देशांक, शीर्ष, दीर्घ अक्ष और लघु अक्ष की लम्बाईयाँ ज्ञात कीजिये।
- प्र.20 $\frac{x^5 - \cos x}{\sin x}$ का अवकलज ज्ञात कीजिए। 4

अथवा $(x + \sec x)(x - \tan x)$ का अवकलज ज्ञात कीजिए।

प्र.21 रेखायें $y - x = 0$, $x + y = 0$ और $x - k = 0$ के द्वारा निरूपित त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 4

अथवा यदि किसी रेखा पर मूल बिंदु से डाले गये लम्ब की लम्बाई p है और वह रेखा x अक्ष पर

$$a \text{ अंतःखंड तथा } y \text{ अक्ष } b \text{ खंड काटती है तो सिद्ध करो कि } \frac{1}{p^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$$

प्र.22 यदि एक विद्यालय के 20 शिक्षक गणित या भौतिकी पढ़ाते हैं, 12 शिक्षक गणित पढ़ाते हैं और 4 शिक्षक भौतिकी और गणित पढ़ाते हैं तो कितने शिक्षक भौतिकी पढ़ाते हैं? 5

अथवा यदि $X = (a, b, c, d)$ और $Y = (f, b, d, g)$ हो तो $X - Y$ और $Y - X$ के मान ज्ञात कीजिये।

प्र.23 सिद्ध कीजिए कि $\sin 3x + \sin 2x - \sin x = 4 \sin x \cos \frac{x}{2} \cos \frac{3x}{2}$ 5

अथवा सिद्ध कीजिए कि $(\cos x + \cos y)^2 + (\sin x - \sin y)^2 = 4 \cos^2 \frac{x+y}{2}$

प्र.24 गणितीय आगमन सिद्धांत द्वारा सिद्ध करो कि 5

$$1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{n-1} = \frac{3^n - 1}{2} \quad n \in \mathbb{N}$$

अथवा सिद्ध कीजिए कि $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + n^3 = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$

प्र.25 $7, 77, 777, 7777, \dots, n$ पदों तक का योगफल ज्ञात कीजिये। 5

अथवा किसी समान्तर श्रेणी के p, q, r पदों के योगफल क्रमशः a, b व c है तो सिद्ध कीजिए

$$\text{कि } \frac{a}{p}(q-r) + \frac{b}{q}(r-p) + \frac{c}{r}(p-q) = 0$$

प्र.26 यदि a, b एवं c समान्तर श्रेणी में b, c तथा d एवं गुणोत्तर श्रेणी में तथा $\frac{1}{c}, \frac{1}{d}$ तथा $\frac{1}{e}$

समान्तर श्रेणी में है तो सिद्ध कीजिए कि a, c तथा e G.P. में होंगे। 5

अथवा यदि किसी समान्तर श्रेणी का p वां पद $\frac{1}{p}$ और q वां पद $\frac{1}{q}$ हो तो सिद्ध कीजिए कि

प्रथम pq पदों के योगफल $\frac{1}{2}(pq+1)$ होगा। जबकि $p \neq q$