

## गणित-10वीं

[ कम किए गए पाठ्यक्रम की विषय वस्तु ]

क्रं.	अध्याय	कम किए गए अध्याय / विषय वस्तु का नाम
1.	चेप्टर-1	1.4 - अपरिमेय संख्याओं का पुनभ्रमण, 1.5 - परिमेय संख्याओं और उनके दशमलव प्रसारों का पुनभ्रमण
2.	चेप्टर-2	2.4 - बहुपदों के लिए विभाजन ऐल्गोरिथ्म
3.	चेप्टर-3	3.3 - रैखिक समीकरण युग्म का ग्राफीय विधि से हल 3.5 - दो चरों के रैखिक समीकरणों के युग्म में बदले जा सकने वाले समीकरण
4.	चेप्टर-4	4.4 - द्विघात समीकरण का पूर्ण बनाकर हल
5.	चेप्टर-5	5.4 - A.P. के प्रथम 4 पदों का योगफल
6.	चेप्टर-6	6.4 - त्रिभुजों की समरूपता के लिये कसौटियाँ 6.5 - समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफल
7.	चेप्टर-9	त्रिकोणमिति के कुछ अनुप्रयोग
8.	चेप्टर-11	11.3 - किसी वृत्त पर स्पर्श रेखाओं की रचना
9.	चेप्टर-13	13.5 - शंकु का छिन्नक
10.	चेप्टर-14	14.5 - संचयी बारम्बारता बंटन का आलेखीय निरूपण

### अध्याय 1. वास्तविक संख्याएँ

**प्रश्न 1. सही विकल्प चुनिये-**

(1) 96 और 404 का HCF होगा:

(अ) 120 (ब) 4 (स) 10 (द) 3

(2) 12 और 15 का HCF होगा:

(अ) 3 (ब) 4 (स) 10 (द) 5

(3) दो संख्याओं का गुणनफल = 32 तथा उनका LCM = 8 है तो उनका HCF होगा:

(अ) 4 (ब) 8 (स) 32 (द) 256

(4) 4 और 7 का महत्तम समापवर्तक (HCF) होगा:

(अ) 1 (ब) 2 (स) 3 (द) 4

(5) किसी पूर्णांक  $m$  के लिए सम पूर्णांक निम्न स्वरूप का होता है :

(अ)  $2m + 3$  (ब)  $2m + 1$  (स)  $2m$  (द)  $2m + 5$

(6) संख्याओं 5, 15, 20 के लिए LCM और HCF का अनुपात होगा :

(अ) 9:1 (ब) 4:3 (स) 11:1 (द) 12:1

उत्तर- 1.(b), 2.(a), 3.(a), 4.(a), 5.(c), 6.(d)

**प्रश्न 2. रिक्त स्थान की पूर्ति कीजिये-**

(1) भाज्य = भाज्य × भागफल + .....

(2) संख्याओं 8, 9 और 25 के HCF का मान ..... होगा।

उत्तर- 1. शेषफल, 2. 1

**प्रश्न 3. सत्य/असत्य लिखिए-**

(1) दो धनात्मक पूर्णांक  $a$  और  $b$  के लिए रहने पर, ऐसी अद्वितीय पूर्ण संख्याएँ  $q$  और  $r$  विद्यमान हैं कि  $a = bq + r$ ,  $0 \leq r < b$  है।

(2) एक प्राकृत संख्या का अभाज्य गुणनखंड, उसके गुणनखंडों के क्रम को छोड़ते हुए अद्वितीय होता है।

उत्तर- 1. सत्य, 2. सत्य।

**प्रश्न 4. एक शब्द/वाक्य में उत्तर दीजिए-**

(1) 94 और 404 का HCF लिखिए।

(2) किसी पूर्णांक  $P$  के लिए,  $2P + 1$  सम होगा या विषम बतलाइए।

उत्तर- 1. 2, 2. विषम।

**प्रश्न 5. संख्याओं 135 और 225 का HCF ज्ञात करने के लिए यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म का प्रयोग कीजिए।**

हल- 135 और 225

$225 > 135$ , यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म का प्रयोग 225 और 135 में करने पर, प्राप्त होता है-

$$225 = 135 \times 1 + 90$$

∴ शेष  $90 \neq 0$ , यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म का प्रयोग 135 और 90 में करने पर, प्राप्त होता है।

$$135 = 90 \times 1 + 45$$

अब नया भाजक 90 और शेष 45, यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म का प्रयोग इसमें करने पर प्राप्त होता है।

$$90 = 2 \times 45 = 0$$

इस प्रक्रिया को यहीं रोक देते हैं क्योंकि शेष शून्य है।  
 ∴ इस समय भाजक 45 है, इसलिए, 135 और 225 का HCF 45 है।

प्रश्न 6. संख्याओं 867 और 255 का HCF ज्ञात करने के लिए यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथम का प्रयोग कीजिए।

हल- 867 और 255

$867 > 255$ , यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथम का प्रयोग 867 और 225 में करने पर प्राप्त होता है।

$$867 = 255 \times 3 + 102$$

∴ शेष  $102 \neq 0$ , यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथम का प्रयोग 255 और 102 में करने पर प्राप्त होता है।

$$225 = 102 \times 2 + 51$$

अब नया भाजक 102 और शेष 51, यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथम का प्रयोग इसमें करने पर प्राप्त होता है।

$$102 = 51 \times 2 + 0$$

इस प्रक्रिया को यहीं रोक देते हैं शेष शून्य है।

∴ इस समय भाजक 51 है, इसलिए, 867 और 255 का HCF 51 है।

प्रश्न 7. एक मिठाई विक्रेता के पास 420 काजू की बर्फियाँ और 130 बादाम की बर्फियाँ हैं। वह इनकी ऐसी ढेरियाँ बनाना चाहती है कि प्रत्येक ढेरी में बर्फियों की संख्या समान रहे तथा ये ढेरियाँ बर्फियों की परात में न्यूनतम स्थान घेरें। इस काम के लिए, प्रत्येक ढेरी में कितनी बर्फियाँ रखी जा सकती हैं?

हल- यह कार्य जाँच और भूल विधि से किया जा सकता है। परन्तु इसे एक क्रमबद्ध रूप से करने के लिए हम HCF (420, 130) ज्ञात करते हैं। तब, इस HCF से प्रत्येक ढेरी में रखी जा सकने वाली बर्फियों की अधिकतम संख्या प्राप्त होगी, जिससे ढेरियों की संख्या न्यूनतम होगी और परात में बर्फियाँ न्यूनतम स्थान घेरेंगी।

आइए, अब यूक्लिड एल्गोरिथम का प्रयोग करके 420 और 130 का HCF ज्ञात करें।

$$420 = 130 \times 3 + 30$$

$$130 = 30 \times 4 + 10$$

$$30 = 10 \times 3 + 0$$

अतः, 420 और 130 का HCF 10 है।

इसलिए, प्रत्येक प्रकार की बर्फियों के लिए मिठाई विक्रेता दस-दस की ढेरी बना सकता है।

प्रश्न 8. किसी परेड में 616 सदस्यों वाली एक सेना (आर्मी) की टुकड़ी से 32 सदस्यों वाले एक आर्मी बैंड के पीछे मार्च करना है। दोनों समूहों को समान संख्या वाले स्तंभों में मार्च करना है। उन स्तंभों की अधिकतम संख्या क्या है, जिसमें वे मार्च कर सकते हैं?

हल- स्तंभों की अधिकतम संख्या HCF = 616, 32  
 यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथम का प्रयोग 616 और 32 में करने पर,

$$616 = 32 \times 19 + 8$$

$$32 = 8 \times 4 + 0$$

इस तरह 616 और 32 का HCF है।

∴ 8 के स्तंभों में मार्च कर सकते हैं।

उत्तर  
 प्रश्न 9. दर्शाइए कि प्रत्येक धनात्मक सम पूर्णांक  $2q$  के रूप का होता है तथा प्रत्येक धनात्मक विषम पूर्णांक  $2q + 1$  के रूप का होता है, जहाँ  $q$  कोई पूर्णांक है।

हल- मान लीजिए  $a$  कोई धनात्मक पूर्णांक है तथा  $b = 2$  है। तब यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथम से, किसी पूर्णांक  $q \geq 0$  के लिए  $a = 2q + r$  है जहाँ  $r = 0$  है या  $r = 1$  है, क्योंकि  $0 \leq r < 2$  है। इसलिए,  $a = 2q$  या  $a = 2q + 1$  है।

यदि  $a = 2q$  है तो यह एक सम पूर्णांक है। साथ ही, एक धनात्मक पूर्णांक या तो सम हो सकता है या विषम। इसलिए कोई भी धनात्मक विषम पूर्णांक  $2q + 1$  के रूप का होगा।

प्रश्न 10. दर्शाइए कि प्रत्येक धनात्मक पूर्णांक  $4q + 1$  या  $4q + 3$  के रूप का होता है, जहाँ  $q$  एक पूर्णांक है।

हल- आइए एक धनात्मक विषम पूर्णांक  $a$  लेकर, प्रश्न को हल करना प्रारंभ करें। हम  $a$  और  $b = 4$  में विभाजन एल्गोरिथम का प्रयोग करते हैं।

चूँकि  $0 \leq r < 4$  है, इसलिए संभावित शेषफल 0, 1, 2 और 3 हैं।

अर्थात्  $a$  संख्याओं  $4q, 4q + 1, 4q + 2$  या  $4q + 3$  के रूप का हो सकता है जहाँ  $q$  भागफल है। चूँकि  $a$  एक विषम पूर्णांक है, इसलिए यह  $4q$  और  $4q + 2$  के रूप का नहीं हो सकता (क्योंकि दोनों 2 में विभाज्य हैं)।

इसलिए, कोई भी धनात्मक विषम पूर्णांक  $4q + 1$  या  $4q + 3$  के रूप का होगा।

प्रश्न 11. संख्या 140 को अभाज्य गुणनखंडों के गुणनफल के रूप में व्यक्त कीजिए।

हल-  $140 = 2 \times 2 \times 5 \times 7 = 2^2 \times 5 \times 7$

प्रश्न 12. संख्या 156 को अभाज्य गुणनखंडों के गुणनफल के रूप में व्यक्त कीजिए।

हल-  $156 = 2 \times 2 \times 3 \times 13 = 2^2 \times 3 \times 13$

प्रश्न 13. संख्याओं 6 और 20 का अभाज्य गुणनखंडन विधि से HCF और LCM ज्ञात कीजिए।

हल- यहाँ  $6 = 2 \times 3$  और  $20 = 2 \times 2 \times 5 = 2^2 \times 5$  है।

जैसाकि आप पिछली कक्षाओं में कर चुके हैं, आप HCF (6, 20) = 2 तथा LCM (6, 20) =  $2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$ , ज्ञात कर सकते हैं।

#### 4 / जी.पी.एच. प्रश्न बैंक

ध्यान दीजिए कि  $HCF(6, 20) = 2^1 =$  संख्याओं में प्रत्येक उभयनिष्ठ अभाज्य गुणनखंड की सबसे छोटी घात का गुणनफल तथा

$LCM(6, 20) = 2^2 \times 3^1 \times 5^1 =$  संख्याओं में संबद्ध प्रत्येक अभाज्य गुणनखंड की सबसे बड़ी घात का गुणनफल।

**प्रश्न 14. संख्याओं 6, 72 और 120 का अभाज्य गुणनखंडन विधि से HCF और LCM ज्ञात कीजिए।**

**हल-** हमें प्राप्त है-

$$6 = 2 \times 3, 72 = 2^3 \times 3^2 \text{ तथा } 120 = 2^3 \times 3 \times 5$$

$2^1$  और  $3^1$  प्रत्येक उभयनिष्ठ अभाज्य गुणनखंड की सबसे छोटी घातें हैं।

$$\text{अतः, } HCF(6, 72, 120) = 2^1 \times 3^1 = 2 \times 3 = 6$$

$2^3, 3^2$  और  $5^1$  प्रत्येक अभाज्य गुणनखंड की सबसे बड़ी घातें हैं, जो तीनों संख्याओं से संबद्ध है।

$$\text{अतः, } LCM(6, 72, 120) = 2^3 \times 3^2 \times 5^1 = 360$$

**प्रश्न 15. अभाज्य गुणनखंडन विधि द्वारा पूर्णाकों 12, 15 और 21 के HCF और LCM ज्ञात कीजिए।**

**हल-** 12, 15 और 21

$$12 = 2 \times 2 \times 3 \Rightarrow 2^2 \times 3$$

$$15 = 3 \times 5$$

$$21 = 3 \times 7$$

$$HCF = 3$$

उत्तर

$$LCM = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7 = 420$$

उत्तर

**प्रश्न 16. HCF(306, 657) = 9 दिया है। LCM(306, 657) ज्ञात कीजिए।**

$$\text{हल- } HCF(306, 657) = 9$$

जैसा कि हम जानते हैं,  $LCM \times HCF =$  दो संख्याओं का गुणनफल

$$LCM = \frac{\text{दो संख्याओं का गुणनफल}}{HCF}$$

$$= \frac{306 \times 657}{9} = 22,338 \quad \text{उत्तर}$$

**प्रश्न 17. संख्याओं  $4^n$  पर विचार कीजिए जहाँ,  $n$  प्राकृतिक संख्या है। जाँच कीजिए कि क्या  $n$  का कोई मान है, जिसके लिए  $4^n$  अंक शून्य (0) पर समाप्त होता है।**

**हल-** यदि किसी  $n$  के लिए, संख्या  $4^n$  शून्य पर समाप्त होगी तो वह 5 से विभाज्य होगी। अर्थात्  $4^n$  के अभाज्य गुणनखंड में अभाज्य संख्या 5 आनी चाहिए। यह संभव नहीं है क्योंकि  $4^n = (2)^{2n}$  है। इसी कारण  $4^n$  के गुणनखंडन में केवल अभाज्य संख्या 2 ही आ सकती है।

**प्रश्न 18. व्याख्या कीजिए कि  $7 \times 11 \times 13$  और  $7 \times 6$**

**हल-** भाज्य संख्याओं के दो से अधिक भाजक होते हैं।

$$\text{दी गई संख्या} = 7 \times 11 \times 13 + 13$$

$$= 13 \times (7 \times 11 + 1)$$

$$= 13 \times (77 + 1) = 13 \times 78$$

$$= 13 \times 13 \times 6$$

अतः इस संख्या के दो से अधिक भाजक (1, 6, 13 और ये संख्या) हैं। इसलिए यह एक भाज्य संख्या है। उत्तर

$$\text{अब दूसरी दी गई संख्या} = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 + 5$$

$$= 5 \times (7 \times 6 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 + 1)$$

$$= 5 \times (1008 + 1) = 5 \times 1009$$

अतः इस संख्या के दो से अधिक भाजक (1, 5, 1009 और ये संख्या) हैं। इसलिए यह एक भाज्य संख्या है। उत्तर

## अध्याय 2

## बहुपद

**प्रश्न 1. सही विकल्प चुनिये:**

(1) यदि द्विघात बहुपद  $ax^2 + bx + c$  के शून्यक  $\alpha$  और  $\beta$  हों, तो  $\alpha \cdot \beta$  का मान होगा:

(अ)  $\frac{c}{a}$  (ब)  $\frac{a}{c}$  (स)  $-\frac{c}{a}$  (द)  $-\frac{a}{c}$

(2) यदि द्विघात बहुपद  $ax^2 + bx + c$  के शून्यक  $\alpha$  और  $\beta$  हों, तो  $\alpha + \beta$  का मान होगा:

(अ)  $\frac{b}{a}$  (ब)  $\frac{c}{a}$  (स)  $-\frac{b}{a}$  (द)  $-\frac{a}{c}$

(3) रेखीय बहुपद  $ax + b$  का शून्यक होगा:

(अ)  $\frac{a}{b}$  (ब)  $\frac{b}{a}$  (स)  $-\frac{b}{a}$  (द)  $ab$

(4) बहुपद  $x^2 - 3$  के शून्य होंगे:

(अ)  $\pm \sqrt{3}$  (ब)  $\pm 3$  (स) 3 (द) 9

(5) बहुपद  $x^2 + 7x + 10$  के शून्यक होंगे:

(अ) 2, 5 (ब) -2, -5 (स) -2, 5 (द) 2, -5

(6) बहुपद  $(x+1)(x^2 - x - x^4 + 1)$  के लिए घात होगी

(अ) 2 (ब) 3 (स) 4 (द) 5

(7) यदि द्विघात बहुपद के शून्यक -3 तथा 4 हों तो द्विघात बहुपद होगा:

(अ)  $x^2 - x - 12$  (ब)  $x^2 + x + 12$

(स)  $\frac{x^2}{2} - \frac{x}{2} - 6$

(द)  $\frac{x^2}{2} + \frac{x}{2} - 6$

(8) किसी बहुपद के कुल शून्यक, उस बहुपद के आरेख के निम्नलिखित पर प्रतिच्छेदन के कुल बिन्दुओं की संख्या के बराबर होते हैं:

- (अ) x-अक्ष पर (ब) y-अक्ष पर  
 (स) x-अक्ष तथा y-अक्ष दोनों पर  
 (द) इनमें से कोई नहीं

उत्तर- 1.(a), 2.(c), 3.(c), 4.(a), 5.(b), 6.(d), 7.(a), 8.(a)

प्रश्न 2. रिक्त स्थान की पूर्ति कीजिये:

- रेखीय बहुपद  $ax + b$  का शून्यक ..... है।
- दो बहुपदों का गुणनफल एक ..... होता है।
- बहुपद  $x^2 + 4x + 8$  के शून्यकों का योग ..... है।
- बहुपद  $x^2 + 4x + 8$  के शून्यकों का गुणनफल ..... है।
- यदि बहुपद  $(k - 1)x^2 + kx + 1$  का एक शून्यक- 3 हो, तब  $k$  का मान ..... होगा।

उत्तर- 1.  $-\frac{b}{a}$ , 2. बहुपद, 3. -4, 4. 8, 5.  $\frac{4}{3}$ .

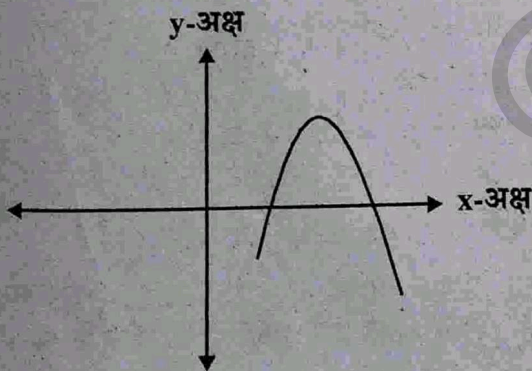
प्रश्न 3. सत्य/असत्य लिखिए:

- बीजीय व्यंजक  $x^2 - 2\sqrt{x} + 7$  बहुपद नहीं है।
- शून्य बहुपद की घात शून्य है।
- शून्य बहुपद की घात अपरिभाषित है।
- $n$  घात वाले बहुपद के अधिकतम  $n$  शून्यक हो सकते हैं।

उत्तर- 1. सत्य, 2. असत्य, 3. सत्य, 4. सत्य।

प्रश्न 4. एक शब्द/वाक्यों में उत्तर दीजिए:

- रैखिक बहुपद की घात कितनी होती है?
- द्विघात बहुपद की घात कितनी होती है?
- त्रिघात बहुपद की घात कितनी होती है?
- किसी बहुपद  $p(x)$  के लिए,  $y = p(x)$  का ग्राफ नीचे आकृति में दिया है।  $p(x)$  के शून्यकों की संख्या लिखिए।



उत्तर- 1. एक, 2. दो, 3. तीन, 4. दो।

प्रश्न 5. एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए, जिसके शून्यकों

के योग तथा गुणनफल क्रमशः  $\frac{1}{4}, -1$  हैं।

उत्तर- माना कि द्विघात बहुपद  $ax^2 + bx + c$  है और इसके शून्यक  $\alpha$  और  $\beta$  हैं।  
 जैसा कि हमें ज्ञात है

$$\alpha + \beta = \frac{1}{4} = \frac{-b}{a}$$

$$\alpha\beta = -1 = \frac{-4}{4} = \frac{c}{a}$$

तुलना करने पर,  $a = 4, b = -1$  और  $c = -4$   
 अर्थात् वह द्विघात बहुपद, जिसमें दी गई शर्तें संतुष्ट होती हैं  
 $4x^2 - x - 4$  उत्तर

प्रश्न 6. एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए, जिसके शून्यकों के योग तथा गुणनफल क्रमशः  $\sqrt{2}, \frac{1}{3}$  हैं।

उत्तर- माना कि द्विघात बहुपद  $ax^2 + bx + c$  है और इसके शून्यक  $\alpha$  और  $\beta$  हैं।  
 जैसा कि हमें ज्ञात है

$$\alpha + \beta = \sqrt{2} = \frac{3\sqrt{2}}{3} = \frac{-b}{a}$$

$$\alpha\beta = \frac{1}{3} = \frac{c}{a}$$

तुलना करने पर,  $a = 3, b = -3\sqrt{2}$  और  $c = 1$   
 अर्थात् वह द्विघात बहुपद, जिसमें दी गई शर्तें संतुष्ट होती हैं,  
 $3x^2 - 3\sqrt{2}x + 1$  उत्तर

प्रश्न 7. एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए, जिसके शून्यकों के योग तथा गुणनफल क्रमशः 1 और 1 हैं।

उत्तर- माना कोई द्विघात बहुपद  $ax^2 + bx + c$  है और इसके शून्यक  $\alpha$  और  $\beta$  हैं।

जैसा कि हमें ज्ञात है  $\alpha + \beta = 1 = \frac{1}{1} = \frac{-b}{a}$

$$\alpha\beta = 1 = \frac{1}{1} = \frac{c}{a}$$

तुलना करने पर,  $a = 1, b = -1$  और  $c = 1$   
 अर्थात् वह द्विघात बहुपद, जिसमें दी गई शर्तें संतुष्ट होती हैं  
 $x^2 - x + 1$  उत्तर

प्रश्न 8. एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए, जिसके शून्यकों के योग तथा गुणनफल क्रमशः -3 और 2 हैं।

उत्तर- माना द्विघात बहुपद  $ax^2 + bx + c$  है और इसके शून्यक  $\alpha$  और  $\beta$  हैं।

हम पाते हैं :  $\alpha + \beta = -3 = \frac{-b}{a}$

और  $\alpha\beta = 2 = \frac{c}{a}$

यदि  $a = 1$  है, तो  $b = 3$  और  $c = 2$  होगा।

अतः, एक द्विघात बहुपद, जिसमें दी गई शर्तें संतुष्ट होती हैं  $x^2 + 3x + 2$  है। आप जाँच कर सकते हैं कि अन्य कोई द्विघात बहुपद, जो इन शर्तों को संतुष्ट करता हो,  $k(x^2 + 3x + 2)$  व तरह का होगा, जहाँ  $k$  एक वास्तविक संख्या है।

6 / जी.पी.एच. प्रश्न बैंक

आइए अब हम त्रिघात बहुपद की ओर दृष्टिपात करें। क्या आप सोचते हैं कि त्रिघात बहुपद के शून्यकों और उसके गुणांकों के बीच इसी प्रकार का संबंध होता है?

आइए  $p(x) = 2x^3 - 5x^2 - 14x + 8$  पर विचार करें।

आप इसकी जाँच कर सकते हैं कि  $x = 4, -2$  और  $\frac{1}{2}$  के लिए  $p(x) = 0$  है। क्योंकि  $p(x)$  के अधिक से अधिक तीन शून्यक हो सकते हैं, इसलिए  $2x^3 - 5x^2 - 14x + 8$  के सही शून्यक हैं। अब,

शून्यकों का योग

$$= 4 + (-2) + \frac{1}{2} = \frac{5}{2} = \frac{-(-5)}{2} = \frac{-(x^2 \text{ का गुणांक})}{x^3 \text{ का गुणांक}}$$

शून्यकों का गुणनफल

$$= 4 \times (-2) \times \frac{1}{2} = -4 = \frac{-8}{2} = \frac{-\text{अचर पद}}{x^3 \text{ का गुणांक}}$$

परंतु, यहाँ एक और संबंध भी है। दो शून्यकों को एक साथ लेकर उनके गुणनफलों के योग पर विचार करें। हम पाते हैं :

$$\{4 \times (-2)\} + \left\{(-2) \times \frac{1}{2}\right\} + \left\{\frac{1}{2} \times 4\right\}$$

$$-8 - 1 + 2 = -7 = \frac{-14}{2} = \frac{x \text{ का गुणांक}}{x^3 \text{ का गुणांक}}$$

प्रश्न 9. एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए, जिसके शून्यकों

के योग तथा गुणनफल क्रमशः  $-\frac{1}{4}$  और  $\frac{1}{4}$  हैं।

उत्तर- माना कोई द्विघात बहुपद  $ax^2 + bx + c$  है और उसके शून्यक  $\alpha$  और  $\beta$  हैं।

$$\text{जैसे कि हमें ज्ञात कि } \alpha + \beta = \frac{-1}{4} = \frac{-b}{a}$$

$$\alpha\beta = \frac{1}{4} = \frac{c}{a}$$

तुलना करने पर,  $a = 4, b = 1$  और  $c = 1$

अर्थात् वह द्विघात बहुपद, जिसमें दी शर्तें संतुष्ट होती हैं,

$$4x^2 + x + 1$$

प्रश्न 10. एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए, जिसके शून्यकों के योग तथा गुणनफल क्रमशः 4 और 1 हैं।

उत्तर- माना कोई द्विघात बहुपद  $ax^2 + bx + c$  है और इसके शून्यक  $\alpha$  और  $\beta$  हैं।

$$\text{जैसा कि हमें ज्ञात है } \alpha + \beta = 4 = \frac{4}{1} = \frac{-b}{a}$$

$$\alpha\beta = 1 = \frac{1}{1} = \frac{c}{a}$$

तुलना करने पर,  $a = 1, b = -4$  और  $c = 1$

अर्थात् वह द्विघात बहुपद, जिसमें दी गई शर्तें संतुष्ट होती हैं

$$x^2 - 4x + 1$$

प्रश्न 11. द्विघात बहुपद  $x^2 - 2x - 8$  के शून्यक ज्ञात कीजिए और शून्यकों तथा गुणांकों के बीच के संबंध की सत्यता की जाँच कीजिए।

उत्तर-  $x^2 - 2x - 8$

जैसा कि हमें ज्ञात है  $x^2 - 2x - 8$

$$= x^2 - 4x + 2x - 8$$

$$= x(x - 4) + 2(x - 4)$$

$$= (x + 2)(x - 4)$$

$\therefore x^2 - 2x - 8$  का मान शून्य है, जब  $x + 2 = 0$  है या  $x - 4 = 0$  है,

अतः जब  $x = -2$  या  $x = 4$  हो

$\therefore x^2 - 2x - 8$  के शून्य  $-2$  और  $4$  हैं। अब

$$\text{शून्यकों का योग} = -2 + 4 = 2 = \frac{-(-2)}{1}$$

$$= \frac{-(x \text{ का गुणांक})}{x^2 \text{ का गुणांक}}$$

$$\text{शून्यकों का गुणनफल} = (-2) \times 4 = -8 = \frac{-8}{1}$$

$$= \frac{-\text{अचर पद}}{x^2 \text{ का गुणांक}} \quad \text{उत्तर : } -2, 4$$

प्रश्न 12. द्विघात बहुपद  $3x^2 - x - 4$  के शून्यक ज्ञात कीजिए और शून्यकों तथा गुणांकों के बीच के संबंध की सत्यता की जाँच कीजिए।

उत्तर- जैसा कि हम जानते हैं

$$= 3x^2 - x - 4$$

$$= 3x^2 - 4x + 3x - 4$$

$$= x(3x - 4) + 1(3x - 4)$$

$$= (3x - 4)(x + 1)$$

$\therefore 3x^2 - x - 4$  का मान शून्य है, जब  $3x - 4 = 0$  है या  $x + 1 = 0$  है, अतः जब  $x = \frac{4}{3}$  या  $x = -1$  हो।

प्रश्न 13. द्विघात बहुपद  $x^2 + 7x + 10$  के शून्यक ज्ञात कीजिए और शून्यकों तथा गुणांकों के बीच के संबंध की सत्यता की जाँच कीजिए।

हल-  $x^2 + 7x + 10$

$$x^2 + 7x + 10 = (x + 5)(x + 2)$$

$\therefore x^2 + 7x + 10$  का मान शून्य होगा जब

$$\text{या तो } x + 5 = 0 \Rightarrow x = -5$$

$$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$$

अतः शून्यक -2 और -5 होगा

$$\begin{aligned} \text{अब शून्यकों का योग } (-5) + (-2) &= 7 \\ &= -7/1 = (-b/a) \end{aligned}$$

$$\text{शून्यकों का गुणनफल } (-5) \times (-2) = 10 = c/a$$

इस प्रकार शून्यकों तथा गुणांकों के बीच संबंधों की सत्यता की पुष्टि होती है।

**प्रश्न 14.** द्विघात बहुपद  $3x^2 + 4x - 4$  के शून्यक ज्ञात कीजिए और शून्यकों तथा गुणांकों के बीच के संबंध की सत्यता की जाँच कीजिए।

$$\begin{aligned} \text{उत्तर- } 3x^2 + 4x - 4 &= 3x^2 + 6x - 2x - 4 \\ &= 3x(x+2) - 2(x+2) \\ &= (x+2)(3x-2) \end{aligned}$$

$$\text{जब } x+2=0 \Rightarrow x=-2$$

$$\text{तथा जब } 3x-2=0 \Rightarrow x=\frac{2}{3}$$

इस प्रकार, अभीष्ट शून्यक -2 तथा  $\frac{2}{3}$  हैं।

$$\text{अब शून्यकों का योग } = -2 + \frac{2}{3} = \frac{4}{-3} = \frac{x \text{ का गुणांक}}{x^2 \text{ का गुणांक}}$$

$$\text{तथा शून्यकों का गुणन } = -2 \times \frac{2}{3} = \left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{\text{स्थिरांक}}{x^2 \text{ का गुणांक}}$$

अतः अभीष्ट सम्बन्धों का सत्यापन होता है।

**प्रश्न 15.** द्विघात बहुपद  $5t^2 + 12t + 7$  के शून्यक ज्ञात कीजिए और शून्यकों तथा गुणांकों के बीच के संबंध की सत्यता की जाँच कीजिए।

$$\begin{aligned} \text{उत्तर- } 5t^2 + 12t + 7 &= 5t^2 + 5t + 7t + 7 \\ &= 5t(t+1) + 7(t+1) \\ &= (t+1)(5t+7) \end{aligned}$$

$$\text{जब } t+1=0 \Rightarrow t=-1$$

$$\text{तथा जब } 5t+7=0 \Rightarrow t=-\frac{7}{5}$$

अतः अभीष्ट शून्यक -1 तथा  $-\frac{7}{5}$  हैं।

अब शून्यकों का योग

$$= (-1) + \left(-\frac{7}{5}\right) = -\frac{12}{5} = \frac{-t \text{ का गुणांक}}{t^2 \text{ का गुणांक}}$$

तथा शून्यकों का गुणन

$$= (-1) + \left(-\frac{7}{5}\right) = \frac{7}{5} = \frac{\text{स्थिरांक}}{t^2 \text{ का गुणांक}}$$

अतः अभीष्ट सम्बन्धों का सत्यापन होता है।

### अध्याय 3.

### दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्म

**प्रश्न 1.** सही विकल्प चुनिए।

(1) निम्नलिखित में से दो चरों में रैखिक समीकरण है:

(अ)  $2x^2 + 3y = 5$  (ब)  $3x + 4y^2 = 6$

(स)  $4x^2 + 5y^2 = 6$  (द)  $5x + 6y = 7$

(2) यदि  $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$  तो रैखिक समीकरण युग्म  $a_2x + b_2y + c_2 = 0$  का

(अ) एक अद्वितीय हल होगा। (ब) कोई हल नहीं होगा।

(स) अनन्ततः अनेक हल होंगे। (द) इनमें से कोई नहीं।

(3) यदि  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$  तो रैखिक समीकरण युग्म  $a_1x + b_1y + c_1 = 0$  तथा  $a_2x + b_2y + c_2 = 0$  का

(अ) एक अद्वितीय हल होगा। (ब) कोई हल नहीं होगा।

(स) अनन्ततः अनेक हल होंगे। (द) इनमें से कोई नहीं।

(4) यदि  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$  तो रैखिक समीकरण युग्म  $a_1x + b_1y + c_1 = 0$  तथा  $a_2x + b_2y + c_2 = 0$  का

(अ) एक अद्वितीय हल होगा। (ब) कोई हल नहीं होगा।

(स) अनन्ततः अनेक हल होंगे। (द) इनमें से कोई नहीं।

(5) रैखिक समीकरण युग्म  $a_1x + b_1y + c_1 = 0$  तथा  $a_2x + b_2y + c_2 = 0$  एक अद्वितीय हल होने की शर्त है:

(अ)  $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$  (ब)  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

(स)  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$  (द) इनमें से कोई नहीं।

(6) रैखिक समीकरण  $a_1x + b_1y + c_1 = 0$  तथा  $a_2x + b_2y + c_2 = 0$  का कोई हल नहीं होने की शर्त है:

(अ)  $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$  (ब)  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

(स)  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$  (द) इनमें से कोई नहीं।

(7) रैखिक समीकरण युग्म  $a_1x + b_1y + c_1 = 0$  तथा  $a_2x + b_2y + c_2 = 0$  के अनन्त अनेक हल होने की शर्त है:

(अ)  $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$  (ब)  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

(स)  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$  (द) इनमें से कोई नहीं।

उत्तर- 1. (द), 2. (अ), 3. (ब), 4. (स), 5. (अ), 6. (ब), 7. (स)

8 / जी.पी.एच. प्रश्न बैंक

प्रश्न 2. रिक्त स्थान की पूर्ति कीजिए-

- (1) समीकरण  $2x + 3y = 5$  में यदि  $x = 1$  तो  $y = \dots\dots$  होगा।  
 (2) वह समीकरण जिसको  $ax + by + c = 0$  के रूप में रखा जा सकता है, जहाँ  $a, b$  और  $c$  वास्तविक संख्याएँ हैं और  $a$  और  $b$  दोनों शून्य नहीं हैं, दो चरों  $x$  और  $y$  में एक  $\dots\dots$  समीकरण कहलाता है।  
 (3) समीकरण  $2x + y = k$  में यदि  $x = 2, y = 1$  हो तो  $k$  का मान  $\dots\dots$  होगा।

उत्तर- 1. 1, 2. रैखिक, 3. 5

प्रश्न 3. सत्य/असत्य लिखिए-

- (1) दो चरों में एक रैखिक समीकरण के अनेक हल होते हैं।  
 (2) रैखिक समीकरण का प्रत्येक हल उसको निरूपित करने वाली रेखा पर पर स्थित एक बिंदु होता है।

उत्तर- 1. सत्य, 2. सत्य।

प्रश्न 4. एक शब्द/वाक्य में उत्तर दीजिए-

- (1) दो चरों में रैखिक समीकरण का मानक रूप लिखिए।  
 (2) रैखिक समीकरण  $y = mx + 3$  में यदि  $x = 2, y = 5$  हो तो  $m$  का क्या मान होगा?

उत्तर- 1.  $ax^2 + by + c = 0, 2. -1$

प्रश्न 5. समीकरण युग्म-

$$x + 3y = 6$$

$$2x - 3y = 12$$

को प्रतिस्थापन विधि से हल कीजिए।

उत्तर-

$$x + 3y = 6$$

$$2x - 3y = 12$$

समीकरण (1) से  $x$  का मान  $x = 6 - 3y$  समीकरण (2) में प्रतिस्थापित करने पर

$$2(6 - 3y) - 3y = 12$$

$$12 - 6y - 3y = 12$$

$$-9y = 12 - 12$$

$$y = 0$$

एवं

$$x = 6 - 3y \Rightarrow 6 - 3(0)$$

$$x = 6$$

अतः उक्त समीकरण युग्म का अभीष्ट हल  $x = 6$  एवं  $y = 0$  है।

उत्तर

प्रश्न 6. समीकरण युग्म-

$$x - 2y = 0$$

$$3x + 4y = 20$$

को प्रतिस्थापन विधि से हल कीजिए।

उत्तर- हल :  $3x - 2y = 0$  ..... (1)

$$3x - 4y = 20$$
 ..... (2)

समीकरण (1) से  $x = 2y$  समीकरण (2) में प्रतिस्थापित करने पर

$$3(2y) - 4y = 20$$

$$6y - 4y = 20$$

$$2y = 20 \Rightarrow y = 10$$

एवं

$$x - 2(10) = 0$$

$$x - 20 = 0$$

$$x = 20$$

अतः उक्त समीकरण युग्म का अभीष्ट हल  $x = 20$  एवं  $y = 10$  है।

प्रश्न 7. दो संख्याओं का अंतर 26 है और एक दूसरी संख्या की तीन गुनी है। उन्हें ज्ञात कीजिए।

उत्तर- हल : माना कि पहली संख्या  $x$  व दूसरी संख्या  $y > x$  प्रकार है।

प्रश्नानुसार

$$y = 3x$$

$$y - x = 26$$

$y$  का मान समी. (i) से समी. (ii) में रखने पर

$$3x - x = 26$$

$$x = 13$$

यह मान समी. (i) में रखने पर हम  $y = 39$  प्राप्त होता है।  
 13 व 39

प्रश्न 8. रैखिक समीकरण युग्म

$$7x - 15y = 2$$

$$x + 2y = 3$$

को विलोपन विधि से हल कीजिए।

उत्तर- हल :  $7x - 15y = 2$

$$x + 2y = 3$$

समी. (2) को 7 से गुणा करने पर तथा समी. (1) को गुणा करने पर

$$7x - 15y = 2$$

$$7x + 14y = 21$$

$$-29y = -19$$

$$y = \frac{19}{29}$$

$y$  का यह मान समी. (2) में रखने पर

$$x + 2\left(\frac{19}{29}\right) = 3$$

$$x + \frac{38}{29} = 3$$

$$x = 3 - \frac{38}{29} \Rightarrow$$

$$= \frac{87 - 38}{29} = \frac{49}{29}$$

अतः उक्त समीकरण युग्म का अभीष्ट हल  $x = \frac{49}{29}$  है।

$$y = \frac{19}{29}$$

उत्तर



# Amarwah unity



## Amarwah unity

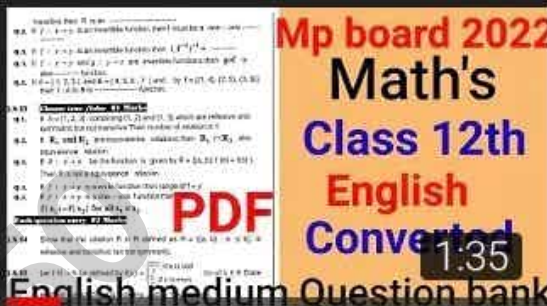
SUBSCRIBED



96 videos

Stand with unity, an educational channel for the helping students & providing study materials

### Uploads



Mp board Class 12th Math's English medium...  
177 views · 1 day ago



Model paper class 10th & 12th mp board...  
588 views · 1 day ago



प्रश्न 9. रैखिक समीकरण युग्म

$$3x + 5y - 4 = 0$$

$$9x = 2y + 7$$

को विलोपन विधि से हल कीजिए।

उत्तर- हल :

∴ विलोपन विधि द्वारा

$$3x + 5y - 4 = 0$$

$$9x = 2y + 7$$

$$9x - 2y - 7 = 0$$

समी. (i) को (3) से गुणा करने पर

$$9x - 15y - 12 = 0$$

समी. (ii) समी. (iii)

$$13y = -5$$

$$y = \frac{-5}{13}$$

y का यह मान समी. (i) में रखने पर, हम पाते हैं

$$3x + \frac{25}{13} - 4 = 0$$

$$3x = \frac{27}{13}$$

$$x = \frac{9}{13}$$

$$x = \frac{9}{13}, y = \frac{-5}{13}$$

उत्तर

प्रश्न 10. दो व्यक्तियों की आय का अनुपात 9 : 7 है और उनके खर्चों का अनुपात 4 : 3 है। यदि प्रत्येक व्यक्ति महीने में ₹ 2000 बचा लेता है, तो उनकी मासिक आय ज्ञात कीजिए।

उत्तर- हल : आंइए दोनों व्यक्तियों की मासिक आय को क्रमशः 9x रु तथा 7x रु से निरूपित करें और उनके खर्चों को क्रमशः 4y रु और 3y रु से निरूपित करें। तब, उस स्थिति में बने समीकरण हैं :

$$9x - 4y = 2000 \quad (1)$$

और

$$7x - 3y = 2000 \quad (2)$$

चरण 1 : y के गुणकों को समान करने के लिए समीकरण (1) को 3 से तथा समीकरण (2) को 4 से गुणा कीजिए। तब हम निम्नलिखित समीकरण प्राप्त करते हैं :

$$27x - 12y = 6000 \quad (3)$$

$$28x - 12y = 8000 \quad (4)$$

चरण 2 : y को विलुप्त करने के लिए समीकरण (3) को समीकरण (4) में से घटाइए, क्योंकि y के गुणांक समान हैं, इसलिए हम पाते हैं :

$$(28x - 27x) - (12y - 12y) = 8000 - 6000$$

$$x = 2000$$

चरण 3 : x का मान (1) में प्रतिस्थापित करने पर, हम पाते हैं :

$$9(2000) - 4y = 2000$$

अर्थात्

$$y = 4000$$

अतः समीकरणों के युग्म का हल  $x = 2000, y = 4000$  है। इसलिए, व्यक्तियों की मासिक आय क्रमशः ₹18000 तथा ₹14000 हैं।

प्रश्न 11. ज्ञात कीजिए कि रैखिक समीकरण युग्म-

$$2x + y = 5$$

$$3x + 2y = 8$$

का एक अद्वितीय हल है, या कोई हल नहीं है, अपरिमित रूप से अनेक हल हैं। अद्वितीय हलकी स्थिति में उसे वज्र गुणन विधि से हल कीजिए।

उत्तर- हल :  $2x + y = 5, 3x + 2y = 8$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{3}, \frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{2}, \frac{c_1}{c_2} = \frac{-5}{-8}, \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$

इसलिए ये रेखाएँ एक दूसरे को एक बिंदु पर प्रतिच्छेद करती हैं अतः इनका अद्वितीय हल होगा।

वज्रगुणन विधि द्वारा :

$$\frac{x}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{y}{c_1a_2 - c_2a_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

$$\frac{x}{-8 - (-10)} = \frac{y}{-15 + 16} = \frac{1}{4 - 3}$$

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = 1$$

$$\frac{x}{2} = 1, \frac{y}{1} = 1$$

$$x = 2, y = 1$$

$$\therefore x = 2, y = 1$$

उत्तर

प्रश्न 12. 'k' के किस मान के लिए निम्न रैखिक समीकरणों के युग्म के अपरिमित रूप से अनेक हल होंगे?

$$kx + 3y - (k - 3) = 0$$

$$12x + ky - k = 0$$

उत्तर- हल : यहाँ  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{k}{12}, \frac{b_1}{b_2} = \frac{3}{k}, \frac{c_1}{c_2} = \frac{k-3}{k}$  है।

रैखिक समीकरणों के युग्म के अपरिमित रूप से अनेक हल होने

के लिए,  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$  होना चाहिए।

इसलिए हमें चाहिए  $\frac{k}{12} = \frac{3}{k} = \frac{k-3}{k}$

$$\text{या } \frac{k}{12} = \frac{3}{k}$$

10 / जी.पी.एच. प्रश्न बैंक

जिससे  $k^2 = 36$  प्राप्त होता है, अर्थात्  $k = \pm 6$  हैं।

साथ ही  $\frac{3}{k} = \frac{k-3}{k}$

जिससे  $3k = k^2 - 3k$  प्राप्त होता है, अर्थात्  $6k = k^2$  है।

जिसका अर्थ  $k = 0$  या  $k = 6$  है।

इसलिए,  $k$  का मान, जो दोनों प्रतिबन्धों को संतुष्ट करता है,  $k = 6$  है। इस मान के लिए समीकरणों के युग्म के अपरिमित रूप से अनेक हल हैं।

प्रश्न 13. समीकरण युग्म  $x + y = 14$ ,  $x - y = 14$  को प्रतिस्थापन विधि से हल कीजिए।

उत्तर- हल :  $x + y = 14$  ... (i)

$x - y = 4$  ... (ii)

समीकरण (i) से हम पाते हैं कि :  $x = 14 - y$  ... (iii)

$x$  का मान समीकरण (iii) से समी. (ii) में रखने पर

$(14 - y) - y = 4$

$14 - 2y = 4$

$10 = 2y$

$y = 5$

$y$  का मान समीकरण (ii) में रखने पर

$x = 9$

∴  $x = 9, y = 5$  उत्तर

प्रश्न 14.  $2x + 3y = 11$  और  $2x - 4y = -24$  हल कीजिए

और इससे  $m$  का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए  $y = mx + 3$  विधि से हल कीजिए।

उत्तर- हल :  $2x + 3y = 11$  ... (i)

$2x - 4y = -24$  ... (ii)

समी. (i) से हम पाते हैं

$x = \frac{11 - 3y}{2}$  ... (iii)

यह मान समी. (ii) में रखने पर, हम पाते हैं-

$2\left(\frac{11 - 3y}{2}\right) - 4y = -24$

$11 - 3y - 4y = -24$

$-7y = -35$

$y = 5$  ... (iv)

समी. (iii) में यह मान रखने पर, हम पाते हैं-

$x = \frac{11 - 3 \times 5}{2} = -\frac{4}{2} = -2$

$x = -2, y = 5$

$m$  के मान के लिए-

$y = mx + 3$

$5 = -2m + 3$

$-2m = 2$

$m = -1$

प्रश्न 15. दो संपूरक कोणों में बड़ा कोण छोटे कोण से 18 डिग्री अधिक है। उन्हें ज्ञात कीजिए।

उत्तर- हल : माना बड़ा कोण  $x$  व छोटा कोण  $y$  है। हम जानते हैं कि पूरक कोणों की योग की माप हमेशा 180 होता है। प्रश्नानुसार

$x + y = 180^\circ$  ... (i)

$x - y = 18^\circ$  ... (ii)

समी. (i) से  $x = 180^\circ - y$  ... (iii)  
यह मान समी. (ii) में रखने पर, हमें प्राप्त होता है

$180^\circ - y - y = 18^\circ$

$162^\circ = 2y$

$81^\circ = y$  ... (iv)

यह मान समी. (iii) में रखने पर  $x$  का मान प्राप्त होता है :  
 $= 180^\circ - 81^\circ = 99^\circ$

कोणों के मान  $99^\circ$  व  $81^\circ$  प्राप्त हुए।

प्रश्न 16. एक क्रिकेट टीम के कोच ने 7 तथा 6 गेंदें 3,800 में खरीदी। बाद में उसने 3 बल्ले तथा 5 गेंदें 1,750 में खरीदी। प्रत्येक बल्ले और प्रत्येक गेंद का मूल्य ज्ञात कीजिए।

उत्तर- हल : माना कि बेट का मूल्य = ₹  $x$   
व गेंद का मूल्य = ₹  $y$

प्रश्नानुसार  $7x + 6y = 3800$  ... (i)

$3x + 5y = 1750$  ... (ii)

समी. (i) से  $y = \frac{3800 - 7x}{6}$  ... (iii)

यह मान समी. (ii) में रखने पर, हम पाते हैं :

$3x + 5\left(\frac{3800 - 7x}{6}\right) = 1750$

$3x + \frac{9500 - 35x}{6} = 1750$

$3x + \frac{35x}{6} = 1750 - \frac{9500}{6}$

$\frac{18x - 35x}{6} = \frac{5250 - 9500}{6}$

$\frac{-17x}{6} = \frac{-4250}{6}$

$-17x = -8500$  ... (iv)

$x = 500$

यह मान समी. (iii) में रखने पर, हम पाते हैं

$y = \frac{3800 - 7 \times 500}{6} = \frac{300}{6} = 50$

बेट का मूल्य = ₹ 500, बाल का मूल्य = ₹ 50

प्रश्न 17. दो अंकों की एक संख्या एवं उसके अंकों को उलटने पर बनी संख्या का योग 66 है। यदि संख्या के अंकों का अंतर 24 हो तो संख्या ज्ञात कीजिए। ऐसी संख्या कितनी हैं।

उत्तर- हल : माना प्रथम संख्या की दहाई तथा इकाई के अंक  $x$  और  $y$  हैं। इसलिए, प्रथम संख्या को प्रसारित रूप में  $10x + y$  लिख सकते हैं [उदाहरण के लिए,  $56 = 10(5) + 6$ ] जब अंक उलट जाते हैं, तो  $x$  इकाई का अंक बन जाता है तथा  $y$  दहाई का अंक। यह संख्या प्रसारण रूप में  $10y + x$  है [उदाहरण के लिए, जब 56 को उलट दिया जाता है, तो हम पाते हैं :  $65 = 10(6) + 5$ ]

दिए हुए प्रतिबंधों के अनुसार,  
 $(10x + y) + (10y + x) = 66$

अर्थात्  $11(x + y) = 66$

अर्थात्  $x + y = 6$  ... (1)

हमें यह भी दिया गया है कि अंकों का अंतर 2 है। इसलिए, या तो  $x - y = 2$  ... (2)

या  $y - x = 2$  ... (3)

यदि  $x - y = 2$  है, तो (1) और (2) को विलोपन विधि से हल करने पर,  $x = 4$  और  $y = 2$  प्राप्त होता है। इस स्थिति में, हमें संख्या 42 प्राप्त होती है।

यदि  $y - x = 2$  है, तो (1) और (3) को विलोपन विधि से हल करने पर, हमें  $x = 2$  और  $y = 4$  प्राप्त होता है। इस स्थिति में, हमें संख्या 24 प्राप्त होती है।

इस प्रकार ऐसी दो संख्याएँ 42 और 24 हैं।

प्रश्न 18.  $p$  के किन मानों के लिए निम्न समीकरणों के युग्म का एक अद्वितीय हल है:

$$4x + py + 8 = 0$$

$$\text{और } 2x + 2y = 2 = 0$$

उत्तर- हल : यहाँ  $a_1 = 4, a_2 = 2, b_1 = p, b_2 = 2$  है। अब दिए गए युग्म का एक अद्वितीय हल होने के लिए,

$$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \text{ होगा। अर्थात् } \frac{4}{2} \neq \frac{p}{2} \text{ अर्थात् } p \neq 4$$

अतः, 4 के अतिरिक्त,  $p$  के प्रत्येक मान के लिए दिए हुए समीकरण युग्म का एक अद्वितीय हल होगा।

प्रश्न 19.  $k$  के किन मानों के लिए निम्न समीकरणों के युग्म का कोई हल नहीं है:

$$3x + y = 1 \text{ और } (2k - 1)x + (k - 1)y = 2k + 1$$

उत्तर- हल :  $3x + y - 1 = 0$

$$(2k - 1)x + (k - 1)y - 2k - 1 = 0$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{2k-1}, \frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{k-1}, \frac{c_1}{c_2} = \frac{-1}{-2k-1} = \frac{1}{2k+1}$$

कोई हल न हो  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

$$\frac{3}{2k-1} = \frac{1}{k-1} \neq \frac{1}{2k+1}$$

$$\frac{3}{2k-1} = \frac{1}{k-1}$$

$$3k - 3 = 2k - 1$$

$k = 2$  कोई हल नहीं।

उत्तर

प्रश्न 20. 5 पेसिल तथा 7 कलमों का कुल मूल्य रु. 50 है। जबकि 7 पेसिल तथा 5 कलमों का कुल मूल्य रु. 46 है। एक पेसिल का मूल्य तथा एक कलम का मूल्य ज्ञात कीजिए।

उत्तर- माना एक पेसिल की कीमत = ₹  $x$

एवं एक पेन की कीमत = ₹  $y$

प्रश्नानुसार से बीजीय व्यंजक  $5x + 7y = 50$

$$7x + 5y = 46$$

हल :  $5x + 7y = 50$ , के लिए  $x = \frac{50 - 7y}{5}$

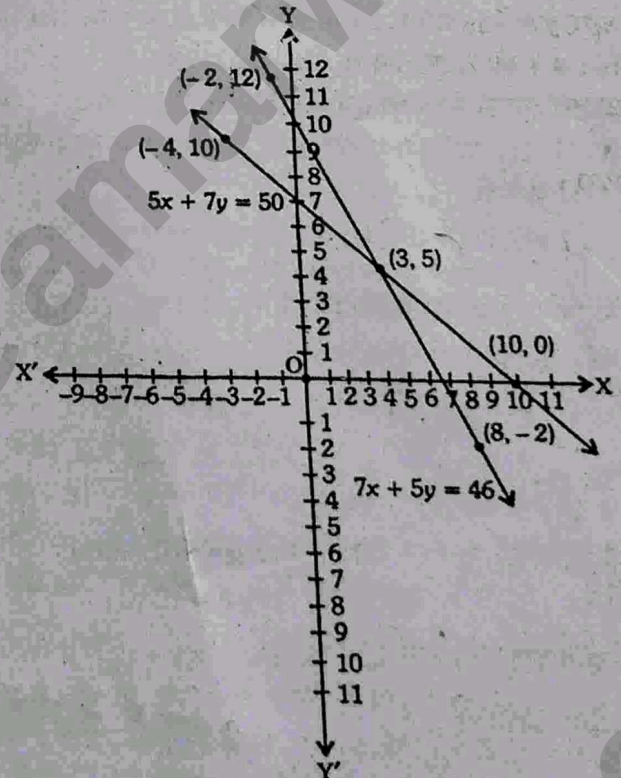
x	3	10	-4
y	5	0	10

$$7x + 5y = 46$$

$$x = \frac{46 - 5y}{7}$$

x	8	3	-2
y	-2	5	12

अतः आलेखी विधि से



चित्र से स्पष्ट होता है कि दोनों रेखाएँ एक दूसरे को बिन्दु (3, 5) पर प्रतिच्छेद करती हैं।

इसलिए एक पेसिल की कीमत = ₹ 3

एवं एक पेन की कीमत = ₹ 5

उत्तर

12 / जी.पी.एच. प्रश्न बैंक

प्रश्न 21. निम्न रैखिक समीकरण युग्म को प्रतिस्थापन विधि से हल कीजिए:

$$3x + 4y = 10$$

$$2x - 2y = 2$$

हल :  $3x + 4y = 10$  ... (i)

$2x - 2y = 2$  ... (ii)

प्रतिस्थापन विधि द्वारा

समी (ii) से  $x = 1 + y$   
यह मान समी. (i) में रखने पर हम पाते

$$3(1 + y) + 4y = 10$$

$$7y = 7$$

$$y = 1$$

y का यह मान समी. (v) में रखने पर, हम पाते हैं

$$x = 1 + 1 = 2$$

$$x = 2, y = 1$$

प्रश्न 22. 5 संतरोँ और 3 सेबों का मूल्य रु. 35 है। तथा 2 संतरोँ और 4 सेबों का मूल्य रु. 28 है। एक संतरे का मूल्य तथा एक सेब का मूल्य ज्ञात कीजिए।

उत्तर- हल : मान लें कि एक संतरे का मूल्य रु x और एक सेब का मूल्य रु y है। तब, समीकरण बनती हैं :

$$5x + 3y = 35, \text{ अर्थात् } 5x + 3y - 35 = 0 \quad \dots(1)$$

$$\text{और } 2x + 4y = 28, \text{ अर्थात् } 2x + 4y - 28 = 0 \quad \dots(2)$$

आइए विलोपन विधि से इन समीकरणों को हल करें।

समीकरण (1) को 4 तथा समीकरण (2) को 3 से गुणा करने पर, हम पाते हैं:

$$(4)(5)x + (4)(3)y + (4)(-35) = 0 \quad \dots(3)$$

$$(3)(2)x + (3)(4)y + (3)(-28) = 0 \quad \dots(4)$$

समीकरण (4) को समीकरण (3) में से घटाने पर, हम पाते हैं:

$$[(5)(4) - (3)(2)]x + [(4)(3) - (3)(4)]y + [4(-35) - (3)(-28)] = 0$$

$$\text{इसलिए } x = \frac{-[(4)(-35) - (3)(-28)]}{(5)(4) - (3)(2)}$$

$$\text{अर्थात् } x = \frac{(3)(-28) - (4)(-35)}{(5)(4) - (2)(3)} \quad \dots(5)$$

यदि समीकरणों (1) और (2) को  $a_1x + b_1y + c_1 = 0$  तथा

$a_2x + b_2y + c_2 = 0$  के रूप में लिखा जाए, तो हम पाते हैं :

$a_1 = 5, b_1 = 3, c_1 = -35, a_2 = 2, b_2 = 4, c_2 = -28$

तब समीकरण (5) को इस रूप में लिख सकते हैं :

$$x = \frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

इसी प्रकार, आप प्राप्त कर सकते हैं :  $y = \frac{c_1a_2 - c_2a_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$

समीकरण (5) को सरल करने पर, हम पाते हैं :

$$x = \frac{-84 + 140}{20 - 6} = 4$$

$$\text{इसी प्रकार } y = \frac{(-35)(2) - (5)(-28)}{20 - 6} = \frac{-70 + 140}{14} = 5$$

अतः,  $x = 4, y = 5$  दिए गए समीकरणों के युग्म का हल है। तब, एक संतरे का मूल्य रु 4 और एक सेब का मूल्य रु 5 है।

## अध्याय 4.

## द्विघात समीकरण

प्रश्न 1. सही विकल्प चुनिए।

[1] यदि द्विघात समीकरण  $ax^2 + bx + c = 0$  के मूल समान हों तो समीकरण के विविक्तकर का मान होगा:

(अ) 0 (ब) 1 (स) 2 (द) 3

[2] समीकरण  $x^2 + x - 1 = 0$  के मूलों की प्रकृति होगी:

(अ) वास्तविक और समान (ब) वास्तविक और भिन्न

(स) कोई वास्तविक मूल नहीं (द) इनमें से कोई नहीं

[3] किसी द्विघात समीकरण में चर कि अधिकतम घात होती है:

(अ) 1 (ब) 2 (स) 3 (द) 4

[4] द्विघात समीकरण  $ax^2 + bx + c = 0$  का विविक्तकर होगा:

(अ)  $D = b^2 - 4ac$  (ब)  $D = 4ac - b^2$

(स)  $D = b^3 - 4ac$  (द)  $D = 4ac - b^3$

[5] निम्नलिखित में से किस द्विघात समीकरण के मूल वास्तविक होंगे:

(अ)  $x^2 + 9x + 4 = 0$  (ब)  $x^2 - 4x + 5 = 0$

(स)  $x^2 + x + 2 = 0$  (द)  $x^2 + 5x + 8 = 0$

[6] द्विघात समीकरण  $2x^2 - 7x + 6 = 0$  के मूल होंगे:

(अ)  $\frac{3}{2}, 2$  (ब)  $-\frac{3}{2}, -2$  (स)  $-\frac{3}{2}, 2$  (द)  $\frac{3}{2}, -2$

उत्तर- 1. (अ), 2. (ब), 3. (ब), 4. (अ), 5. (अ), 6. (अ)

प्रश्न 2. रिक्त स्थान की पूर्ति कीजिए-

(1) एक समीकरण  $P(x) = 0$ , जहाँ  $P(x)$  घात 2 का बहुपद हो, ..... समीकरण कहलाती है।

(2) किसी द्विघात समीकरण के अधिकतम ..... मूल होते हैं।

(3) समीकरण  $(x - 3)(x + 4) = 0$  के मूल ..... हैं।

(4) यदि किसी द्विघात समीकरण के मूल वास्तविक और समान हों तो उस समीकरण के विविक्तकर का मान ..... होगा।

(5) द्विघात समीकरण  $ax^2 + bx + c = 0$  के विविक्तकर का सूत्र है  $D = \dots\dots$

उत्तर- 1. द्विघात, 2. दो, 3. 3, -4, 4. शून्य, 5.  $b^2 = 4ac$

प्रश्न 3. सत्य/असत्य लिखिए-

- (1) एक द्विघात समीकरण के एक से अधिक मूल हो सकते हैं।
- (2) समीकरण  $x(x - 1) = 0$  के मूल 0 और -1 होंगे।
- (3) समीकरण  $x^2 - 4x + 4 = 0$  के मूल समान होंगे।
- (4)  $ax + b = 0$  एक द्विघात समीकरण है।

उत्तर- 1. असत्य, 2. असत्य, 3. सत्य, 4. असत्य।

प्रश्न 4. एक शब्द/वाक्य में उत्तर दीजिए-

- (1) समीकरण  $ax^2 + bx + c = 0$  में मान  $b^2 - 4ac$  क्या कहलाता है?
  - (2) यदि किसी द्विघात समीकरण के मूल वास्तविक एवं समान हों तो उस समीकरण के विविक्तकर का मान कितना होगा?
  - (3) यदि किसी समीकरण के विविक्तकर का मान ऋणात्मक हो तो उस समीकरण के मूलों की प्रकृति कैसी होगी?
  - (4) यदि किसी द्विघात समीकरण के विविक्तकर का मान धनात्मक हो तो उस समीकरण के मूलों की प्रकृति कैसी होगी?
- उत्तर- 1. विविक्तकर, 2. शून्य, 3. मूल वास्तविक नहीं होंगे, 4. मूल वास्तविक और भिन्न होंगे।

प्रश्न 5. जाँच कीजिए कि समीकरण  $x^3 - 4x^2 - x + 1 = (x - 2)^3$  द्विघात समीकरण हैं या नहीं।

उत्तर-  $x^3 - 4x^2 - x + 1 = (x - 2)^3$

दिये गये समीकरण को हल करने पर

$$\begin{aligned} x^3 - 4x^2 - x + 1 &= (x - 2)^3 \\ \Rightarrow x^3 - 4x^2 - x + 1 &= x^3 - 6x^2 + 12x - 8 \\ \Rightarrow x^3 - 4x^2 - x + 1 - x^3 + 6x^2 - 12x + 8 &= 0 \\ \Rightarrow 2x^2 - 13x + 9 &= 0 \\ \text{अतः } 2x^2 - 13x + 9 &= 0 \end{aligned}$$

यह समीकरण  $ax^2 + bx + c = 0$  के प्रकार का है।

अतः यह समीकरण एक द्विघात समीकरण है। उत्तर

प्रश्न 6. जाँच कीजिए कि समीकरण  $(2x - 1)(x - 3) = (x + 5)(x - 1)$  द्विघात समीकरण हैं या नहीं।

उत्तर- हल :  $(2x - 1)(x - 3) = (x + 5)(x - 1)$

दिये गये समीकरण को हल करने पर

$$\begin{aligned} (2x - 1)(x - 3) &= (x + 5)(x - 1) \\ \Rightarrow 2x^2 - x - 6x + 3 &= x^2 + 5x - x - 5 \\ \Rightarrow 2x^2 - 7x + 3 - x^2 - 4x + 5 &= 0 \\ \Rightarrow x^2 - 11x + 8 &= 0 \\ \text{अतः } x^2 - 11x + 8 &= 0 \end{aligned}$$

यह समीकरण  $ax^2 + bx + c = 0$  के प्रकार का है।

अतः यह समीकरण एक द्विघात समीकरण है। उत्तर

प्रश्न 7. जाँच कीजिए कि समीकरण  $(x + 2)^3 = 2x(x^2 - 1)$  द्विघात समीकरण हैं या नहीं।

उत्तर- हल :  $(x + 2)^3 = 2x(x^2 - 1)$

दिये गये समीकरण को हल करने पर

$$\begin{aligned} (x + 2)^3 &= 2x(x^2 - 1) \\ \Rightarrow 3x^3 + 6x^2 + 12x + 8 &= 2x^3 - 2x \\ \Rightarrow x^3 + 6x^2 + 12x + 8 - 2x^3 + 2x &= 0 \\ \Rightarrow -x^3 + 6x^2 + 14x + 8 &= 0 \\ \text{अतः } x^3 - 6x^2 - 14x - 8 &= 0 \end{aligned}$$

यह समीकरण  $ax^2 + bx + c = 0$  के प्रकार का नहीं है।

अतः यह समीकरण एक द्विघात समीकरण नहीं है।

प्रश्न 8. निम्नलिखित स्थिति को गणितीय रूप में व्यक्त कीजिए: एक रेलगाड़ी 480 km की दूरी समान चाल से तय करती है। यदि इसकी चाल 8 km/h कम होती तो वह उसी दूरी को तय करने में 3 घंटे अधिक लेती। हमें रेलगाड़ी की चाल ज्ञात करनी है।

उत्तर- हल : माना रेलगाड़ी की सामान्य चाल = x किमी/घण्टा  
कुल तय दूरी = 480 किमी

इसलिए, लिया गया समय =  $\frac{480}{x}$  घण्टे

यदि इसकी चाल 8 किमी/घण्टा कम होती,

तब लिया गया समय =  $\frac{480}{x - 8}$  घण्टे

प्रश्नानुसार,  $\frac{480}{x - 8} - \frac{480}{x} = 3$

$$\Rightarrow \frac{480x - 480(x - 8)}{(x - 8)x} = 3$$

$$\Rightarrow 480x - 480x + 3640 = 3(x - 8)x$$

$$\Rightarrow 3640 = 3x^2 - 24x$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 24x - 3640 = 0$$

रेलगाड़ी की सामान्य चाल द्विघात समीकरण  $3x^2 - 24x - 3640 = 0$  की संतुष्ट करती है। उत्तर

प्रश्न 9. निम्नलिखित स्थिति को गणितीय रूप में व्यक्त कीजिए: दो क्रमागत धनात्मक पूर्णाकों का गुणनफल है। हमें पूर्णाकों को ज्ञात करना है।

उत्तर- हल : माना, पहला पूर्णांक = x

तब, दूसरा क्रमागत पूर्णांक = x + 1 होगा

इस प्रकार गुणनफल =  $x(x + 1)$

प्रश्नानुसार,  $x(x + 1) = 306$

$$\Rightarrow x^2 + x = 306$$

$$\Rightarrow x^2 + x - 306 = 0$$

इस प्रकार दो क्रमागत धनात्मक पूर्णांक द्विघात समीकरण  $x^2 + x - 306 = 0$  संतुष्ट करते हैं।

14 / जी.पी.एच. प्रश्न बैंक

प्रश्न 10. द्विघात समीकरण  $2x^2 + kx + 3 = 0$  में  $k$  का ऐसा मान ज्ञात कीजिए जिससे समीकरण के दो बराबर मूल हों।

उत्तर- हल :  $2x^2 + kx + 3 = 0$

$2x^2 + kx + 3 = 0$  की तुलना समीकरण  $ax^2 + bx + c = 0$  से करने पर  $a = 2, b = k, c = 3$  है।

$$\therefore b^2 - 4ac = (k)^2 - 4 \times 2 \times 3 = k^2 - 24 \text{ है।}$$

$\therefore$  समीकरण के दोनों मूल बराबर हैं, अतः  $k^2 - 24 = 0$

$$\Rightarrow k^2 = 24 \Rightarrow k = \pm\sqrt{24} \Rightarrow k = \pm 2\sqrt{6}$$

प्रश्न 11. द्विघात समीकरण  $kx(x-2) + 6 = 0$  में  $k$  का ऐसा मान ज्ञात कीजिए जिससे समीकरण के दो बराबर मूल हों।

उत्तर-  $kx(x-2) + 6 = 0$

सरल करने पर  $kx^2 - 2kx + 6 = 0$  की तुलना सभी  $ax^2 + bx + c = 0$  से करने पर यहाँ  $a = k, b = -2k, c = 6$  है।

$$\therefore b^2 - 4ac = (-2k)^2 - 4 \times k \times 6 = 4k^2 - 24k \text{ है।}$$

$\therefore$  समीकरण के दोनों मूल बराबर हैं, अतः  $4k^2 - 24k = 0$

$$\Rightarrow 4k(k-6) = 0 \Rightarrow 4k = 0 \text{ या } (k-6) = 0$$

$$\Rightarrow k = 0 \text{ या } k = 6$$

परन्तु  $k \neq 0$  क्योंकि यह समीकरण  $kx(x-2) + 6 = 0$  को संतुष्ट नहीं करता है।

$$k = 6$$

उत्तर

प्रश्न 12. गुणनखंड विधि से समीकरण  $\sqrt{2}x^2 + 7x + 5\sqrt{2} = 0$  को हल कीजिए।

उत्तर- हल :  $\sqrt{2}x^2 + 7x + 5\sqrt{2} = 0$

दी हुई द्विघात समीकरण को हल करने पर

$$\sqrt{2}x^2 + 7x + 5\sqrt{2} = 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{2}x^2 + 5x + 2x + 5\sqrt{2} = 0$$

$$\Rightarrow x(\sqrt{2}x + 5) + \sqrt{2}(\sqrt{2}x + 5) = 0$$

$$\Rightarrow (\sqrt{2}x + 5)(x + \sqrt{2}) = 0$$

$$\Rightarrow (\sqrt{2}x + 5) = 0 \text{ या } (x + \sqrt{2}) = 0$$

$$\text{अतः } x = -\frac{5}{\sqrt{2}} \text{ या } x = -\sqrt{2} = 0$$

दिए गए द्विघात समीकरण के मूल  $-\frac{5}{\sqrt{2}}$  और  $+\sqrt{2}$  हैं।

प्रश्न 13. गुणनखंड विधि से समीकरण  $2x^2 - x + \frac{1}{8} = 0$  को हल कीजिए।

उत्तर- हल :  $2x^2 - x + \frac{1}{8} = 0$

दिये गये द्विघात समीकरण को हल करने पर

$$16x^2 - 8x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow 16x^2 - 4x - 4x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow 4x(4x-1) - (4x-1) = 0$$

$$\Rightarrow (4x-1)(4x-1) = 0$$

$$\Rightarrow (4x-1)(4x-1) = 0$$

$$\Rightarrow (4x-1) = 0 \text{ या } (4x-1) = 0$$

$$\text{इस प्रकार } x = \frac{1}{4} \text{ या } x = \frac{1}{4}$$

दिए गए द्विघात समीकरण के मूल  $\frac{1}{4}$  और  $\frac{1}{4}$  हैं। उत्तर

प्रश्न 14. एक कुटीर उद्योग एक दिन में कुछ बर्तनों का निर्माण करता है। एक विशेष दिन यह देखा गया कि प्रत्येक नग की निर्माण लागत (रुपयों में) उस दिन के निर्माण किए बर्तनों की संख्या के दुगुने से 3 अधिक थी। यदि उस दिन की कुल निर्माण लागत ₹90 थी, तो निर्मित बर्तनों की संख्या और प्रत्येक नग की लागत ज्ञात कीजिए।

उत्तर- हल : माना बर्तनों की संख्या =  $x$

$$\therefore \text{ एक नग की लागत} = 2x + 3$$

प्रश्नानुसार, कुल निर्माण लागत =  $x(2x+3) = 90$

$$\Rightarrow 2x^2 + 3x = 90$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 3x - 90 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 15x - 12x - 90 = 0$$

$$\Rightarrow x(2x+15) - 6(2x+15) = 0$$

$$\Rightarrow (2x+15)(x-6) = 0$$

$$\Rightarrow (2x+15) = 0 \text{ या } (x-6) = 0$$

$$\text{अतः } x = -\frac{15}{2} \text{ या } x = 6$$

परन्तु  $x \neq -\frac{15}{2}$ , क्योंकि  $x$  बर्तनों की संख्या है।

$\therefore x = 6$  और प्रत्येक नग की लागत =  $2x + 3 = 2 \times 6 + 3 = 15$   
बर्तनों की संख्या = 6 और प्रत्येक नग की लागत ₹ 15 है।

उत्तर

प्रश्न 15. द्विघात समीकरण  $2x^2 - 7x + 3 = 0$  के मूल ज्ञात कीजिए।

उत्तर- हल :  $2x^2 - 7x + 3 = 0$

द्विघात समीकरण  $2x^2 - 7x + 3 = 0$  की तुलना मानक समीकरण  $ax^2 + bx + c = 0$  से करने पर हमें  $a = 2, b = -7, c = 3$  प्राप्त होते हैं

$$\therefore b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4 \times 2 \times 3 = 49 - 24 = 25 > 0 \text{ है।}$$

$$\text{इस प्रकार } x = \frac{7 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{7 \pm 5}{4}$$

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\text{इस प्रकार } x = \frac{7+5}{4} = \frac{12}{4} = 3 \text{ या } x = \frac{7-5}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

दिए गए द्विघात समीकरण के मूल 3 और  $\frac{1}{2}$  हैं। उत्तर

प्रश्न 16. एक आयताकार खेत का विकर्ण उसकी छोटी भुजा से 60 मी अधिक लंबा है। यदि बड़ी भुजा छोटी भुजा से 30 मी से अधिक हो, तो खेत की भुजाएँ ज्ञात कीजिए।

उत्तर- हल : माना आयताकार खेत की छोटी भुजा = x मीटर

एवं विकर्ण = x + 60 मीटर

तथा बड़ी भुजा = x + 30 मीटर

प्रश्नानुसार,  $(x + 60)^2 = x^2 + (x + 30)^2$   
 $x^2 + 120x + 3600 = x^2 + x^2 + 60x + 900$

$\Rightarrow -x^2 + 60x + 2700 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 60x - 2700 = 0$

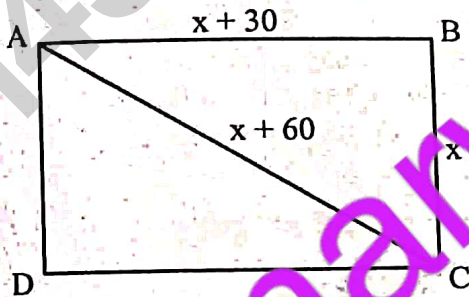
$\Rightarrow x^2 - (90 - 30)x - 2700 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 90x = 30x - 2700 = 0$

$\Rightarrow x(x - 90) + 30(x - 90) = 0$

$\Rightarrow (x - 90)(x + 30) = 0$

$\Rightarrow (x - 90) = 0$  या  $(x + 30) = 0$



अतः  $x = 90$  या  $x = -30$

परन्तु  $x \neq -30$ ,  $x$  खेत की भुजा है और यह ऋणात्मक नहीं होगी।

$\therefore x = 90$  इस प्रकार छोटी भुजा = 90 m

$\therefore$  बड़ी भुजा =  $90 + 30 = 120$  m

प्रश्न 17. दो संख्याओं के वर्गों का अंतर 180 है। छोटी संख्या का वर्ग बड़ी संख्या का आठ गुना है। दोनों संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

उत्तर- हल : माना कि बड़ी संख्या = x

एवं छोटी संख्या = y

$\therefore y^2 = 8x$  ... (i)

प्रश्नानुसार,  $x^2 - y^2 = 180$

$\Rightarrow x^2 - 8x = 180$  समी. (i) से

$\Rightarrow x^2 - 8x - 180 = 0$

$\Rightarrow x^2 - (18 - 10)x - 180 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 18x + 10x - 180 = 0$

$\Rightarrow x(x - 18) + 10(x - 18) = 0$

$\Rightarrow (x - 18)(x + 10) = 0$

$\Rightarrow (x - 18) = 0$  या  $(x + 10) = 0$

अतः  $x = 18$  या  $x = -10$

परन्तु  $x \neq -10$ , क्योंकि  $x$  बड़ी संख्या है और यह ऋणात्मक नहीं होगी।

$\therefore x = 18$  इस प्रकार बड़ी संख्या = 18

छोटी संख्या =  $y = \sqrt{144} = 12$

प्रश्न 18. दो पानी के नल- एक साथ एक हौज को  $9\frac{3}{8}$  घंटों में भर सकते हैं। बड़े व्यास वाला नल हौज को भरने में, कम व्यास वाले नल से 10 घंटे कम समय लेता है। प्रत्येक द्वारा अलग से हौज को भरने का समय ज्ञात कीजिए।

उत्तर- हल : माना बड़े व्यास वाले नल द्वारा लिया गया समय = x घण्टे

तथा छोटे व्यास वाले नल द्वारा लिया गया समय = x + 10 घण्टे

$\therefore$  बड़े व्यास वाले नल द्वारा एक घण्टे में भरा गया हौज

$= \frac{1}{x}$

एवं छोटे व्यास वाले नल द्वारा एक घण्टे में भरा गया हौज

$= \frac{1}{x + 10}$

प्रश्नानुसार,  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x + 10} = \frac{1}{75}$

$\Rightarrow \frac{x + 10 + x}{x(x + 10)} = \frac{8}{75}$

$\Rightarrow 75(2x + 10) = 8x(x + 10)$

$\Rightarrow 150x + 750 = 8x^2 + 80x$

$\Rightarrow 8x^2 - 70x - 750 = 0$

$\Rightarrow 4x^2 - (60 - 25)x - 375 = 0$

$\Rightarrow 4x^2 - 60x + 25x - 375 = 0$

$\Rightarrow 4x(x - 15) + 25(x - 15) = 0$

$\Rightarrow (x - 15)(x + 25) = 0$

$\Rightarrow (x - 15) = 0$  या  $(x + 25) = 0$

अतः  $x = 15$  या  $x = -25$

परन्तु  $x \neq -25$ , क्योंकि  $x$  हौज को भरने का समय है और यह ऋणात्मक नहीं होगा।

$x = 15$

इस प्रकार बड़े व्यास वाले नल द्वारा लिया गया समय = 15 घण्टे

एवं छोटे व्यास वाले नल द्वारा लिया गया समय =  $15 + 10 = 25$  घण्टे

प्रश्न 19. दो वर्गों के क्षेत्रफलों का योग  $468 \text{ m}^2$  है। यदि उनके परिमाणों का अंतर 24 m हो, तो दोनों वर्गों की भुजाएँ ज्ञात कीजिए।

उत्तर- हल : माना बड़े वर्ग की भुजा = x मीटर

माना छोटे वर्ग की भुजा = y

दिया है :  $x^2 + y^2 = 468$  ... (i)

एवं परिमाणों का अंतर,  $4x - 4y = 24$

$\Rightarrow x - y = 6 \Rightarrow x = 6 + y$

x का यह मान समीकरण (i) रखने पर

$(y + 6)^2 + y^2 = 468$

$\Rightarrow y^2 + 12y + 36 + y^2 = 468$

16 / जी.पी.एच. प्रश्न बैंक

$$\begin{aligned} \Rightarrow 2y^2 + 12y - 432 &= 0 \\ \Rightarrow y^2 + 6y - 216 &= 0 \\ \Rightarrow y^2 + (18 - 12)y - 216 &= 0 \\ \Rightarrow y^2 + 18y - 12y - 216 &= 0 \\ \Rightarrow y(y + 18) - 12(y + 18) &= 0 \\ \Rightarrow (y + 18)(y - 12) &= 0 \\ \Rightarrow (y + 18) = 0 \text{ या } (y - 12) &= 0 \end{aligned}$$

अतः  $y = -18$  या  $y = 12$

परन्तु  $y \neq -18$ , क्योंकि  $x$  वर्ग की भुजा है और यह ऋणात्मक नहीं होगी।

$\therefore y = 12$

इस प्रकार छोटे वर्ग की भुजा = 12 m

$y = 12$  समीकरण (ii) में रखने पर

बड़े वर्ग की भुजा =  $x = y + 6 = 12 + 6 = 18$  मीटर  $\square$

## अध्याय 5. समांतर श्रेणी

प्रश्न 1. सही विकल्प चुनिए।

(1) A.P.  $\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, \dots$  के लिए प्रथम पद एवं सार्व अंतर क्रमशः हैं:

(अ)  $\frac{3}{2}, -1$  (ब)  $-\frac{3}{2}, 1$  (स)  $-\frac{3}{2}, 1$  (द)  $\frac{3}{2}, 1$

(2) A.P.: 10, 7, 4... का 30वां पद है:

(अ) 97 (ब) 77 (स) -77 (द) -87

(3) A.P.: -3,  $-\frac{1}{2}, 2, \dots$  का 11वां पद है:

(अ) 28 (ब) 22 (स) -38 (द)  $-48\frac{1}{2}$

(4) 3, 6, 9, ... का कौनसा पद 27वां पद है:

(अ) पाँचवाँ (ब) आठवाँ (स) नवाँ (द) छठवाँ

(5)  $-5, \frac{-5}{2}, 0, \frac{5}{2}, \dots$  का 11वां पद है:

(अ) -20 (ब) 20 (स) -30 (द) 30

उत्तर- 1. (अ), 2. (स), 3. (ब), 4. (स), 5. (ब)

प्रश्न 2. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए-

(1) समांतर श्रेणी  $\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \dots$  में सार्वअंतर  $d$  ..... है।

(2) यदि किसी समांतर श्रेणी का  $n$  वाँ पद  $3 + 2n$  हो तब श्रेणी का प्रथम पद ..... होगा।

उत्तर- (1) -1, (2) 5.

प्रश्न 3. सत्य/असत्य लिखिए-

(1) -2, 2, -2, 2, -2, ..... एक समांतर श्रेणी है।

(2) यदि  $a, b, c$  A.P. में हैं तब  $b = \frac{a+c}{2}$  है।

(3) श्रेणी 8, 6, 4, ... का 6वाँ पद -2 है।

उत्तर- 1. असत्य, 2. सत्य, 3. सत्य

प्रश्न 4. एक शब्द/वाक्य में उत्तर दीजिए-

(1) A.P.: 2, 7, 12, ... के 10वें पद का मान लिखिए।

(2) A.P.: 4, 6, 8, ..... 10वें पदों की संख्या बताइए।

उत्तर- 1. 47, 2. 19,

प्रश्न 5. AP: 21, 18, 15, ..... का कौनसा पद -81 है?

उत्तर- हल: यहाँ  $a = 21$ ,  $d = 18 - 21 = -3$  और  $a_n = -81$  है। हमें  $n$  ज्ञात करना है।

चूँकि  $a_n = a + (n - 1)d$ ,

अतः  $-81 = 21 + (n - 1)(-3)$

या  $-81 = 24 - 3n$

या  $-105 = -3n$

अतः  $n = 35$

इसलिए दी हुई A.P. का 35वाँ पद -81 है।

आगे, हम यह जानना चाहते हैं कि क्या कोई  $n$  ऐसा है कि  $a_n = 0$  हो। यदि ऐसा कोई  $n$  है तो

$$21 + (n - 1)(-3) = 0,$$

अर्थात्  $3(n - 1) = 21$  या  $n = 8$

अतः, 8वाँ पद 0 है।

प्रश्न 6. क्या संख्याओं की सूची 5, 11, 17, 23... का कोई पद 301 है? क्यों?

उत्तर- हल: हमें प्राप्त है:

$$a_2 - a_1 = 11 - 5 = 6, a_3 - a_2 = 17 - 11 = 6, a_4 - a_3 = 23 - 17 = 6$$

चूँकि  $k = 1, 2, 3, \dots$  आदि के लिए,  $a_{k+1} - a_k$  एक समान संख्या होती है, इसलिए दी हुई सूची एक A.P. है।

यहाँ  $a = 5$  और  $d = 6$

मान लीजिए इस A.P. का  $n$ वाँ पद 301 है।

हम जानते हैं कि

$$a_n = a + (n - 1)d$$

इसलिए  $301 = 5 + (n - 1) \times 6$

अर्थात्  $301 = 6n - 1$

अतः  $n = \frac{302}{6} = \frac{151}{3}$

परन्तु  $n$  एक धनात्मक पूर्णांक होना चाहिए (क्यों?)। अतः, 301 संख्याओं की दी हुई सूची का पद नहीं है।

प्रश्न 7. AP: 3, 8, 13, 18, ... का कौनसा पद 78 है?

उत्तर- हल: 3, 8, 13, 18, इस श्रेणी के लिए  $a = 3$  और

$$d = T_2 - T_1 = 8 - 3 = 5$$

माना कि समांतर श्रेणी का  $n$ वाँ पद 78 है।

तब  $T_n = 78$

$$a_n = 78n = ?$$



2 अंको A.P. की श्रृंखला  
5 से विभाज्य

$$T_n = a + (n-1)d$$

$$78 = 3 + (n-1)5$$

$$75 = (n-1)5$$

$$(n-1) = 15$$

$$n = 16$$

अतः समान्तर श्रेणी का 16 वाँ पद 78 है।

प्रश्न 8. समांतर श्रेणी, 7, 13, 19, ....., 205 में पदों की संख्या ज्ञात कीजिए?

उत्तर- हल: 7, 13, 19 ..... 205  
समान्तर श्रेणी के लिए  $a = 7$

और  $d T_2 - T_1 = 13 - 7 = 6$

$$T_n = 205$$

$$T_n = a + (n-1)d$$

$$205 = 7 + (n-1)6$$

$$198 = (n-1)6$$

$$33 = (n-1)$$

$$n = 34$$

प्रश्न 9. क्या A.P.: 11, 8, 5, 2 ..... का एक पद -150 है? क्यों?

उत्तर- हल: इस समान्तर श्रेणी के लिए  $a = 11$  और  $d = T_2 - T_1 = 8 - 11 = -3$

माना सामान्तर श्रेणी का  $n$ वाँ पद -150 है

$$T_n = a + (n-1)d$$

$$-150 = 11 + (n-1)(-3)$$

$$-150 = 11 - 3n + 3$$

$$-164 = -3n$$

$$n = \frac{164}{3}$$

स्पष्ट है कि  $n$  का यह मान पूर्णांक नहीं है। अतः -150 समान्तर श्रेणी का पद नहीं।

प्रश्न 10. दो अंकों वाली कितनी संख्याएँ 3 से विभाज्य हैं?

उत्तर- हल: 3 से विभाज्य होने वाली दो अंकों की संख्याओं की सूची है:

$$12, 15, 18, \dots, 99$$

क्या यह एक A.P. है? हाँ, यह है। यहाँ  $a = 12$ ,  $d = 3$  और  $a_n = 99$  है।

चूँकि

$$a_n = a + (n-1)d,$$

इसलिए

$$99 = 12 + (n-1) \times 3$$

अर्थात्

$$87 = (n-1) \times 3$$

अर्थात्

$$n - 1 = \frac{87}{3} = 29$$

अतः, 3 से विभाज्य दो अंकों वाली 30 संख्याएँ हैं।

चार पदों वाली श्रृंखला  $a = 5, d = -3$

गणित - 10/17

प्रश्न 11. तीन अंकों वाली कितनी संख्याएँ 7 से विभाज्य हैं?  
उत्तर- हल: माना कि तीन अंकों की पहली संख्या जो 7 से विभाज्य है = 105

अगली संख्या =  $105 + 7 = 112 \therefore 105, 112, 119, \dots$   
सभी तीन अंक की संख्या जो 7 से भाज्य है। एक समान्तर श्रेणी में है, जिसका प्रथम पद 105 व सारवअंतर 7 है।  
तीन अंकों वाली अधिकतम संभव संख्या 999 है जिसे 7 से भाग देने पर शेषफल 5 प्राप्त होता है स्पष्टतः

$$999 - 5 = 994$$

994 अधिकतम संभव तीन अंकों की संख्या है जो 7 से विभाज्य है।

अतः श्रेणी निम्न होगी 105, 112, 119, ....., 994

माना समान्तर श्रेणी में  $n$ वाँ पद 994 है।

$$a = 105, d = 7 \text{ and } T_n = 994, n = ?$$

$$T_n = a + (n-1)d$$

$$994 = 105 + (n-1)7$$

$$889 = (n-1)7$$

$$(n-1) = 127$$

$$n = 128$$

उत्तर

प्रश्न 12. वह A.P. निर्धारित कीजिए जिसका तीसरा पद 5 और 7वाँ पद 9 है।

उत्तर- हल: हमें प्राप्त है

$$a_3 = a + (3-1)d = a + 2d = 5 \quad \dots(1)$$

और

$$a_7 = a + (7-1)d = a + 6d = 9 \quad \dots(2)$$

समीकरणों (1) और (2) के युग्म को हल करने पर, हमें प्राप्त होता है:

$$a = 3, d = 1$$

अतः वांछित A.P. : 3, 4, 5, 6, 7, .... है।

प्रश्न 13. A.P.: 10, 7, 4, ....., -62 का अंतिम पद से (प्रथम पद की ओर) 11वाँ पद ज्ञात कीजिए।

उत्तर- हल: यहाँ,  $a = 10$ ,  $d = 7 - 10 = -3$ ,  $J = -62$ ,  
जहाँ  $J = a + (n-1)d$

अंतिम पद से 11वाँ पद ज्ञात करने के लिए, हम इस AP के कुल पदों की संख्या ज्ञात करेंगे।

अतः

$$-62 = 10 + (n-1)(-3)$$

या

$$-72 = (n-1)(-3)$$

अर्थात्

$$n-1 = 24$$

या

$$n = 25$$

अतः, दी हुई A.P. में 25 पद हैं।

अंतिम पद से 11वाँ पद AP का 15वाँ पद होगा। (ध्यान दीजिए कि यह 14वाँ पद नहीं होगा क्यों?)

अतः,  $a_{15} = 10 + (15-1)(-3) = 10 - 42 = -32$

इसलिए, अंतिम पद से 11वाँ पद -32 है।

2, -2, -6, -10 के आगे चार पद

18 / जी.पी.एच. प्रश्न बैंक

प्रश्न 14. फूलों की एक क्यारी की पहली पंक्ति में 23 गुलाब के पौधे हैं, दूसरी पंक्ति में 21 गुलाब के पौधे हैं, 3 तीसरी पंक्ति में 19 गुलाब के पौधे हैं, इत्यादि। उसकी अंतिम पंक्ति में 5 गुलाब के पौधे हैं। इस क्यारी में कुल कितनी पंक्तियाँ हैं?

उत्तर- हल: पहली, दूसरी तीसरी, ..... पंक्तियों में गुलाब के पौधों की संख्याएँ क्रमशः निम्नलिखित हैं:

$$23, 21, 19, \dots, 5$$

ये एक A.P. बनाती हैं (क्यों?)। मान लीजिए पंक्तियों की संख्या  $n$  है।

तब  $a = 23, d = 21 - 23 = -2$  और  $a_n = 5$  है।

चूँकि  $a_n = a + (n - 1)d$

इसलिए

$$5 = 23 + (n - 1)(-2)$$

अर्थात्  $-18 = (n - 1)(-2)$

या  $n = 10$

अतः फूलों की क्यारी में 10 पंक्तियाँ हैं।

प्रश्न 15. उस A.P. का 31वाँ पद ज्ञात कीजिए, जिसका 11वाँ पद 38 है और 16वाँ पद 73 है।

उत्तर- हल: दिया है  $T_{11} = 38$  और  $T_{16} = 73$

$$T_{11} = a + (n - 1)d$$

$$38 = a + 10d$$

इसी प्रकार  $T_{16} = a + (16 - 1)d$

$$73 = a + 15d$$

समी. (ii) - समी. (i)  $35 = 5d$

$$d = 7$$

समी. (i) से  $38 = a + 10 \times (7)$

$$38 - 70 = a$$

$$a = -32$$

$$T_{31} = a + (31 - 1)d$$

$$= -32 + 30(7)$$

$$= -32 + 210 = 178$$

31वाँ पद 178 है।

प्रश्न 16. A.P.: 3, 15, 27, 39 ..... का कौनसा पद उसके 54 वें पद से 132 अधिक होगा?

उत्तर- हल: दिया है समान्तर श्रेणी 3, 15, 27, 39, ...

$$a = 3, d = T_2 - T_1 = 15 - 3 = 12$$

$$T_{54} = a + (54 - 1)d$$

$$= 3 + (53)(12)$$

$$= 3 + 636 = 639$$

$$T_{54} = 132 = 639 + 132 = 771$$

मान  $n$ वाँ पद 771 है-

$$T_n = a + (n - 1)d$$

$$771 = 3 + (n - 1)12$$

$$768 = (n - 1)12$$

$$(n - 1) = 64$$

$$n = 65$$

65वाँ पद 54वें पद से 132 अधिक है।

वैकल्पिक विधि-

मान  $n$  वाँ पद 54वें पद से 132 अधिक  $n = 54 + \frac{132}{12}$

$$= 54 + 11 = 65^{\text{th}} \text{ 65 वाँ पद}$$

प्रश्न 17. वह A.P. ज्ञात कीजिए जिसका तीसरा पद 16 और 7वाँ पद 5वें से 12 अधिक है।

उत्तर- हल:  $T_3 = 16$

$$a + (3 - 1)d = 16$$

$$a + 2d = 16$$

$$T_7 - T_5 = 12$$

$$[a + (7 - 1)d] - [a + (5 - 1)d] = 12$$

$$(a + 6d) - (a + 4d) = 12$$

$$2d = 12$$

$$d = 6$$

समी. (i) में  $d$  का मान रखने पर

$$a + 2(6) = 16$$

$$a + 12 = 16$$

$$a = 4$$

अतः स. श्रे. इस प्रकार होगी 4, 10, 16, 22... उत्तर

प्रश्न 18. 10 और 250 के बीच में 4 के कितने गुणज हैं? उत्तर

उत्तर- हल- 10 और 250 के बीच में 4 के गुणज निम्नलिखित

हैं- 12, 16, 20, 24 ..... 248

जहाँ  $a = 12, d = 16 - 12 = 4$  एवं  $a_n = 240$

सूत्र-

$$a_n = a + (n - 1)d \text{ से}$$

$$248 = 12 + (n - 1)4$$

$$248 - 12 = (n - 1)4$$

$$n - 1 = \frac{236}{4} \Rightarrow n - 1 = 59$$

$$n = 59 + 1$$

$$n = 60$$

प्रश्न 19. यदि किसी A.P. के तीसरे और नौवें पद क्रमशः 4 और -8 हैं, तो इसका कौनसा पद शून्य है? उत्तर

उत्तर- हल- दिया है  $T_3 = 4$  और  $T_9 = -8$

$$T_n = a + (n - 1)d$$

$$T_3 = a + (3 - 1)d$$

$$4 = a + 2d$$

$$T_9 = a + (9 - 1)d$$

$$-8 = a + 8d$$

समी. (ii) - समी. (i) से

$$-12 = 6d$$

$$d = -2$$

$$4 = a + 2(-2)$$

$$4 = a - 4$$

$$a = 8$$

समी. (i) से

माना समान्तर श्रेणी का  $n$ वाँ पद शून्य है

$$T_n = a + (n-1)d$$

$$0 = 8 + (n-1)(-2)$$

$$0 = 8 + 2n - 2$$

$$2n = 10$$

$$n = 5$$

5वाँ पद शून्य है।

प्रश्न 20.  $a$ ,  $b$  एवं  $c$  के मान ज्ञात कीजिए जिसमें कि  $a$ ,  $7$ ,  $b$ ,  $23$  और  $c$  एक A.P. में हों।

उत्तर- हल- चूँकि  $a$ ,  $7$ ,  $b$ ,  $23$  एवं  $c$  एक AP में हैं और मान लीजिए प्रथम पद  $a$  तथा सार्वान्तर  $d$  हो, तो

$$a_1 = a = a \quad \dots(1)$$

$$a_2 = a + d = 7 \quad \dots(2)$$

$$a_3 = a + 2d = b \quad \dots(3)$$

$$a_4 = a + 3d = 23 \quad \dots(4)$$

$$a_5 = a + 4d = c \quad \dots(5)$$

एवं  $(a + 3d) - (a + d) = 23 - 7$  [समी. (4) - समी. (2) से]

$$\Rightarrow 2d = 16 \Rightarrow d = \frac{16}{2} = 8$$

$d = 8$  का मान समीकरण (2) में रखने पर,

$$a + 8 = 7 \Rightarrow a = 7 - 8 = -1$$

$$\text{अब } b = a + 2d = -1 + 2 \times 8$$

$$= -1 + 16 = 15$$

$$\text{एवं } c = a + 4d = -1 + 4 \times 8$$

$$= -1 + 32 = 31$$

अतः  $a$ ,  $b$  एवं  $c$  के अभीष्ट मान क्रमशः 1, 15 एवं 31 हैं।

## अध्याय 6.

## त्रिभुज

प्रश्न 1. सही विकल्प चुनिए-

(1) यदि किसी त्रिभुज की एक भुजा के समान्तर अन्य दो भुजाओं को भिन्न-भिन्न बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करने के लिए एक रेखा खींची जाए, तो ये अन्य दो भुजाएं एक ही अनुपात में विभाजित हो जाती हैं। इस कथन को निम्नलिखित नाम से जाना जाता है:

- (अ) आधारभूत आनुपातिकता प्रमेय (ब) पाइथागोरस प्रमेय  
(स) RHS प्रमेय (द) इनमें से कोई नहीं

(2)  $\Delta ABC$  में,  $AB = 6\sqrt{3}$  cm,  $AC = 12$  cm और  $BC = 6$  cm है। तब  $\angle B$  का मान होगा:

- (अ)  $120^\circ$  (ब)  $60^\circ$  (स)  $90^\circ$  (द)  $45^\circ$

(3) किसी  $\Delta ABC$  में  $DE \parallel AB$  तथा  $CD = 3$  cm,  $EC = 4$  cm,  $BE = 6$  cm तब  $DA$  होगा:

- (अ) 7.5 cm (ब) 3 cm (स) 4.5 cm (द) 6 cm

(4) यदि एक त्रिभुज में किसी एक भुजा का वर्ग, अन्य दो भुजाओं के वर्गों के योग के बराबर हो तो पतली भुजा का सम्मुख कोण होगा :

- (अ)  $90^\circ$  (ब)  $60^\circ$  (स)  $180^\circ$  (द)  $45^\circ$

(5) किसी त्रिभुज  $\Delta ABC$  में  $DE \parallel BC$  है।  $AD = x$ ,  $DB = (x - 2)$ ,  $AE = (x + 2)$  तथा  $EC = (x - 1)$  तब  $x$  का मान होगा:

- (अ) 5 (ब) 4 (स) 3 (द) 2

उत्तर- 1.(अ), 2.(स), 3.(स), 4.(अ), 5.(ब)

प्रश्न 2. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए-

- (1) सभी वृत्त ..... होते हैं। (सर्वांगसम, समरूप)  
(2) सभी वर्ग ..... होते हैं। (सर्वांगसम, समरूप)  
(3) सभी ..... त्रिभुज समरूप होते हैं। (समद्विबाहु, समबाहु)  
(4) दो समान कोणिक त्रिभुजों में उनकी संगत भुजाओं का अनुपात सदैव ..... होता है। (समान, असमान)  
(5) यदि एक रेखा किसी त्रिभुज की दो भुजाओं को एक ही अनुपात में विभाजित करे, तो कि वह तीसरी भुजा के ..... होती है। (समांतर, असमांतर)

उत्तर- 1. समरूप, 2. समरूप, 3. समबाहु, 4. समान, 5. समांतर

प्रश्न 3. सत्य/असत्य लिखिए-

- (1) दो त्रिभुजों में संगत कोण बराबर हों, तो उनकी संगत भुजाएं एक ही अनुपात में (समानुपाती) होती हैं और इसीलिये ये त्रिभुज समरूप होते हैं।  
(2) यदि एक त्रिभुज के दो कोण एक अन्य त्रिभुज के क्रमशः दो कोणों के बराबर हों, तो त्रिभुज समरूप होते हैं।  
(3) एक समकोण त्रिभुज में कर्ण का वर्ग शेष दो भुजाओं के वर्गों के अंतर के बराबर होता है।  
(4) यदि किसी त्रिभुज की एक भुजा का वर्ग अन्य दो भुजाओं के वर्गों के योग के बराबर हो तो पहली भुजा का सम्मुख कोण समकोण होता है।

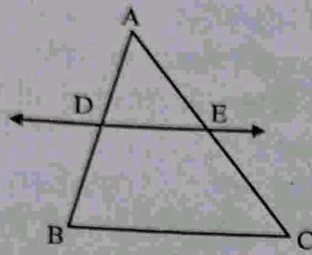
उत्तर- 1. सत्य, 2. सत्य, 3. असत्य, 4. सत्य।

प्रश्न 4. एक शब्द/वाक्य में उत्तर दीजिए-

- (1) क्या सभी समद्विबाहु त्रिभुज समरूप होते हैं।  
(2) क्या सभी वर्ग समरूप होते हैं।  
उत्तर- 1. नहीं, 2. हाँ।

प्रश्न 5. यदि कोई रेखा एक त्रिभुज  $\Delta ABC$  की भुजाओं  $AB$  और  $AC$  को क्रमशः  $D$  और  $E$  पर प्रतिच्छेद करे तब

भुजा BC के समांतर हो, तो सिद्ध कीजिए कि  $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$  होगा?



उत्तर- हल: DE || BC (दिया है)

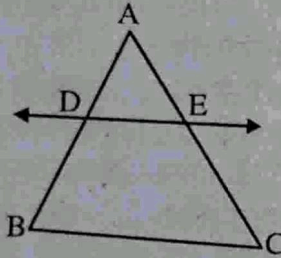
अतः  $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$  (प्रमेय 6.1)

अर्थात्  $\frac{DB}{AD} = \frac{EC}{AE}$

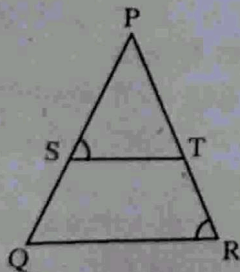
या  $\frac{DB}{AD} + 1 = \frac{EC}{AE} + 1$

या  $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$

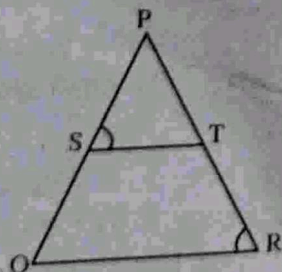
अतः  $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$



प्रश्न 6. आकृति में  $\frac{PS}{SQ} = \frac{PT}{TR}$  है तथा  $\angle PST = \angle PRQ$  है। सिद्ध कीजिए कि  $\Delta PQR$  एक समद्विबाहु त्रिभुज है।



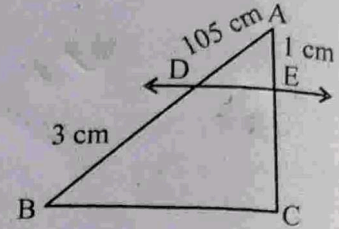
उत्तर- हल: यह दिया है कि,  $\frac{PS}{SQ} = \frac{PT}{TR}$



अतः ST || QR  
इसलिए  $\angle PST = \angle PQR$  (संगत कोण)  
साथ ही यह दिया है कि  $\angle PST = \angle PRQ$

(प्रमेय 6.2)  
(1)  
(2)

अतः  $\angle PRQ = \angle PQR$  [(1) और (2) से]  
इसलिए PQ = PR (समान कोणों की सम्मुख भुजाएँ)  
अर्थात्  $\Delta PQR$  एक समद्विबाहु त्रिभुज है।  
प्रश्न 7. आकृति में DE || BC है। EC ज्ञात कीजिए।



उत्तर- हल: माना EC = x cm  
दिया है, DE || BC,  
∴ आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय द्वारा

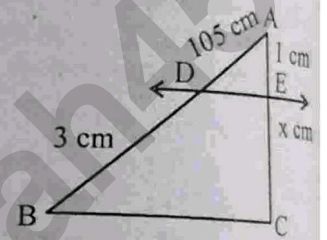
$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

$$\frac{1.5}{3} = \frac{1}{x}$$

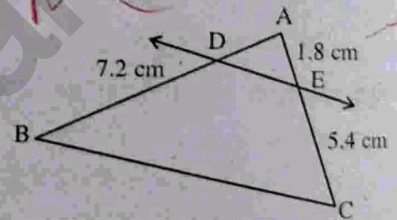
$$x = \frac{3 \times 1}{1.5}$$

$$x = 2$$

$$EC = 2 \text{ cm}$$



प्रश्न 8. आकृति में DE || BC है। AD ज्ञात कीजिए।



उत्तर- हल: माना AD = x cm  
दिया है, DE || BC,  
∴ आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय द्वारा

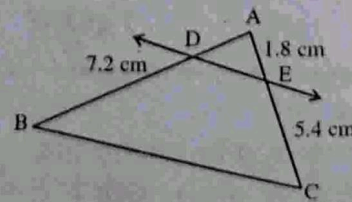
$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

$$\frac{x}{7.2} = \frac{1.8}{5.4}$$

$$x = \frac{1.8 \times 7.2}{5.4}$$

$$x = 2.4$$

$$AD = 2.4 \text{ cm}$$



प्रश्न 9. ABCD एक समलंब चतुर्भुज है जिसमें AB || DC है तथा इसके विकर्ण परस्पर बिंदु O पर प्रतिच्छेद करते हैं।

दर्शाइए कि  $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$  है।

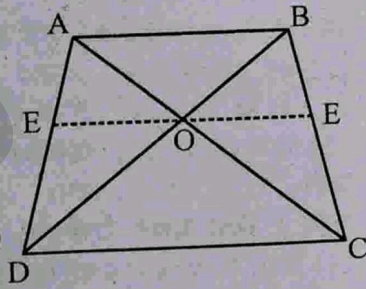
उत्तर

उत्तर- हल: O से होती हुई तथा CD के समांतर एक रेखा EF खींची। ताकि EF || CD हो।  
 $\Delta ADC$  में EO || CD  
 आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय द्वारा

$$\frac{AE}{ED} = \frac{AO}{OC}$$

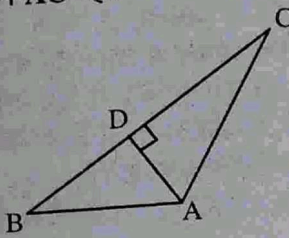
इसी प्रकार,  
 $\Delta ABD$  में, EO || AB  
 आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय द्वारा

$$\frac{AE}{ED} = \frac{BO}{OD} \dots (ii)$$



समीकरण (i) एवं (ii) से  $\frac{AO}{OC} = \frac{BO}{OD}$   
 $\Rightarrow \frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$  यही सिद्ध करना था।

प्रश्न 10. आकृति में  $AD \perp BC$  है। सिद्ध कीजिए कि  $AB^2 + CD^2 = BD^2 + AC^2$  है।



उत्तर- हल:  $\Delta ADC$  से हमें प्राप्त होता है:  
 $AC^2 = AD^2 + CD^2$

(1)  $AB^2 = OC^2 + OA^2$   
 (पाइथागोरस प्रमेय)

$\Delta ADB$  से हमें प्राप्त होता है:

$$AB^2 = AD^2 + BD^2 \dots (2)$$

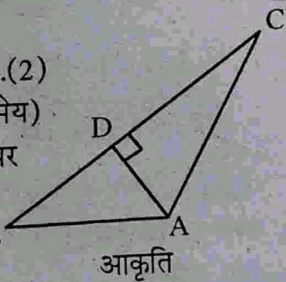
(पाइथागोरस प्रमेय)

समी. (2) में से (1) को घटाने पर हमें प्राप्त होता है:

$$AB^2 - AC^2 = BD^2 - CD^2$$

$$\text{या } AB^2 + CD^2 = BD^2 + AC^2$$

प्रश्न 11. एक सीढ़ी किसी दीवार पर इस प्रकार टिकी हुई है कि इसका निचला सिरा दीवार से 2.5 m की दूरी पर है तथा इसका ऊपरी सिरा भूमि से 6 m की ऊँचाई पर बनी एक खिड़की तक पहुँचता है। सीढ़ी की लम्बाई ज्ञात कीजिए।  
 उत्तर- हल: मान लीजिए AB सीढ़ी है तथा CA दीवार है जिसमें खिड़की A पर है (देखिए आकृति में)।

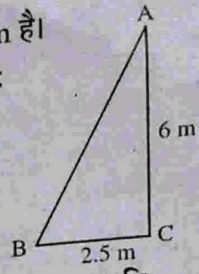


साथ ही  $BC = 2.5$  m और  $CA = 6$  m है।  
 पाइथागोरस प्रमेय से हमें प्राप्त होता है:

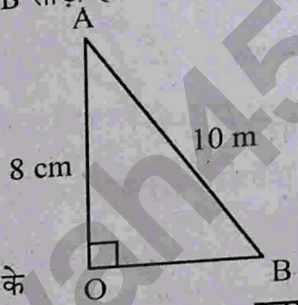
$$AB^2 = BC^2 + CA^2 \\ = (2.5)^2 + (6)^2 \\ = 42.25$$

अतः  $AB = 6.5$

इस प्रकार, सीढ़ी की लंबाई 6.5 m है।  
 प्रश्न 12. 10 m लंबी एक सीढ़ी एक दीवार पर टिकाने पर भूमि से 8 m की ऊँचाई पर स्थित एक खिड़की तक पहुँचती है। दीवार के आधार से सीढ़ी के निचले सिरे की दूरी ज्ञात कीजिए।



उत्तर- माना कि OA दीवार व AB सीढ़ी है।  
 $\Delta AOB$  में, पाइथागोरस प्रमेय से  
 $AB^2 = OA^2 + BO^2$   
 $(10\text{m})^2 = (8\text{m})^2 + OB^2$   
 $100\text{m}^2 = 64\text{m}^2 + OB^2$   
 $OB^2 = 36\text{m}^2$   
 $OB = 6\text{m}^2$

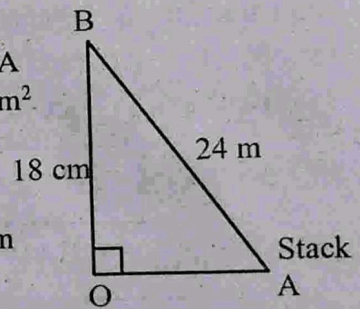


अतः दीवार के आधार से सीढ़ी के निचले सिरे की दूरी 6 m है।

प्रश्न 13. 18 m उंचे एव उर्ध्वाधर खंभे के ऊपरी सिरे से एक तार का एक सिरा जुड़ा हुआ है तथा तार का दूसरा सिरा एक खूँटे से जुड़ा हुआ है। खंभे के आधार से खूँटे को कितनी दूरी पर गाड़ा जाए कि तार तना रहे जबकि तार की लम्बाई 24 m है।

उत्तर- माना कि OB खंभा एवं A खूँटा (Stack) है।  $\Delta AOB$  में, पाइथागोरस प्रमेय से

$$(1) \quad AB^2 = OC^2 + OA^2 \\ (24\text{m})^2 = (18\text{m})^2 + OA^2 \\ OA^2 = (576 - 324)\text{m}^2 \\ = 252\text{m}^2 \\ OA = \sqrt{252}\text{m} \\ = \sqrt{6 \times 6 \times 7}\text{m} \\ = 6\sqrt{7}\text{m}$$



अतः खंभे के आधार से खूँटे की दूरी  $6\sqrt{7}$  m है। उत्तर

प्रश्न 14. एक चतुर्भुज ABCD के विकर्ण परस्पर बिंदु O पर इस प्रकार प्रविच्छेद करते हैं कि  $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$  है। दर्शाइए कि ABCD एक समलंब चतुर्भुज है।

उत्तर- माना कि ABCD एक चतुर्भुज है जिसके विकर्ण परस्पर बिन्दु O पर प्रविच्छेद करते हैं। O से होती हुई तथा CD के समांतर एक रेखा EO खींची।

22 / जी.पी.एच. प्रश्न बैंक

$\Delta ABCD$  में,  $EO \parallel AB$

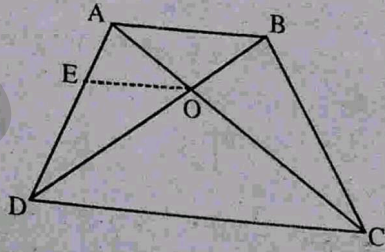
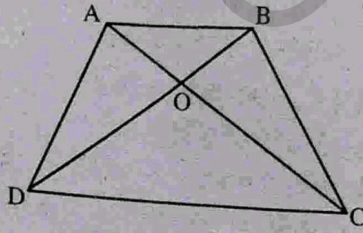
आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय से द्वारा

$$\frac{AE}{ED} = \frac{BO}{OD} \dots(i)$$

लेकिन दिया है,

$$\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$$

$$\Rightarrow \frac{AO}{CO} = \frac{BO}{DO}$$



समीकरण (i) और (ii) से  $\frac{AE}{ED} = \frac{AO}{OC} \Rightarrow EO \parallel DC$

[आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय के विलोम से]

$\Rightarrow AB \parallel OE \parallel DC \Rightarrow AB \parallel CD$

$\therefore ABCD$  एक समलंब है।

यही सिद्ध करना था।  $\square$

## अध्याय 7.

## निर्देशांक ज्यामिति

प्रश्न 1. सही विकल्प चुनिये:

(1) मूल बिन्दु के निर्देशांक हैं:

- (अ)  $(x, y)$  (ब)  $(x, 0)$  (स)  $(0, y)$  (द)  $(0, 0)$

(2)  $x$ -अक्ष पर स्थित मूल बिन्दु से 4 इकाई की दूरी पर स्थित एक बिन्दु के निर्देशांक होंगे:

- (अ)  $(0, 4)$  (ब)  $(4, 0)$  (स)  $(0, -4)$  (द)  $(0, 0)$

(3) बिन्दुओं  $A(x_1, y_1)$  और  $B(x_2, y_2)$  के बीच की दूरी होगी:

(अ)  $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

(ब)  $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

(स)  $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

(द)  $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

(4) बिन्दु  $(8, 6)$  और  $(0, 0)$  के बीच की दूरी होगी:

- (अ)  $4\sqrt{2}$  (ब) 10 (स)  $\sqrt{10}$  (द)  $\sqrt{14}$

(5) बिन्दुओं  $A(x_1, y_1)$  और  $B(x_2, y_2)$  को मिलाने वाली रेखा के मध्य-बिन्दु के निर्देशांक होंगे:

(अ)  $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$  (ब)  $\left(\frac{x_1 - x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

(स)  $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 - y_2}{2}\right)$  (द)  $\left(\frac{x_1 - x_2}{2}, \frac{y_1 - y_2}{2}\right)$

(6) बिन्दुओं  $A(1, 2)$  और  $B(3, 4)$  को मिलाने वाली रेखा के मध्य-बिन्दु के निर्देशांक होंगे:

- (अ)  $(2, 3)$  (ब)  $(3, 2)$  (स)  $(0, 0)$  (द)  $(4, 4)$

उत्तर- 1.(द), 2.(ब), 3.(अ), 4.(ब), 5.(अ), 6.(अ)

प्रश्न 2. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिये:

(1) एक वृत्त के व्यास के सिरों के निर्देशांक  $(-3, 4)$  और  $(3, -4)$  हैं। तब उसके केंद्र के निर्देशांक ..... होंगे।

(2) बिन्दु  $(4, 5)$  ..... चतुर्थांश में स्थित है।

उत्तर- 1.  $(0, 0)$ , 2. प्रथम।

प्रश्न 3. सत्य/असत्य लिखिए:

(1) किसी बिन्दु का भुज शून्य है और कोटि 3 है तब वह  $x$ -अक्ष पर स्थित होगा।

(2)  $y$ -अक्ष पर मूलबिन्दु से 10 इकाई दूरी पर स्थित बिन्दु के निर्देशांक  $(10, 0)$  होंगे।

(3) बिन्दु  $P(x, y)$  की मूलबिन्दु से दूरी  $\sqrt{x^2 + y^2}$  होती है।

(4)  $y$ -अक्ष पर स्थित बिन्दु से निर्देशांक  $(0, y)$  रूप के होते हैं।

उत्तर- 1. असत्य, 2. असत्य, 3. सत्य, 4. सत्य।

प्रश्न 4. एक शब्द/वाक्य में उत्तर दीजिए:

(1) बिन्दु  $A(3, 4)$  की मूलबिन्दु से दूरी क्या होगी?

(2) बिन्दु  $A(-1, 2)$  और  $B(3, -4)$  को मिलाने वाली रेखा के मध्य बिन्दु के निर्देशांक क्या होंगे?

(3) बिन्दुओं  $(-3, 4)$  और  $(2, 3)$  के बीच की दूरी क्या होगी?

उत्तर- 1. 5, 2.  $1, -1$ , 3.  $-1$

प्रश्न 5. बिन्दुओं  $(2, 3)$  और  $(4, 1)$  के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

उत्तर- दो बिन्दुओं के बीच की दूरी  $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

$\therefore$  बिन्दु  $(2, 3)$  और  $(4, 1)$  के बीच की दूरी 1

$$= \sqrt{(2-4)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (2)^2}$$

$$= \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

प्रश्न 6. बिन्दुओं  $(-5, 7)$  और  $(-1, 3)$  के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

उत्तर- दो बिन्दुओं के बीच की दूरी

$$= \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$= \sqrt{(-5 - (-1))^2 + (7 - 3)^2}$$

$$= \sqrt{(-4)^2 + (4)^2} = \sqrt{16+16} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

प्रश्न 7. बिन्दुओं (a,b) और (-a,-b) के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।  
उत्तर- हल: बिन्दुओं (a,b) व (a,-b) के बीच की

$$J = \sqrt{(a-(-a))^2 + (b-(-b))^2} = \sqrt{(2a)^2 + (2b)^2}$$

$$= \sqrt{4a^2 + 4b^2} = 2\sqrt{a^2 + b^2}$$

प्रश्न 8. उस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष (1,-1), (-4,6) और (-3,-5) हैं।  
उत्तर- हल: शीर्षों A (1,-1), B(-4,6) और C (-3,-5) वाले त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल, उपरोक्त सूत्र द्वारा निम्नलिखित है:

$$\frac{1}{2} [1(6+5) + (-4)(-5+1) + (-3)(-1-6)]$$

$$= \frac{1}{2} (11 + 16 + 21) = 24$$

अतः त्रिभुज का क्षेत्रफल 24 वर्ग मात्रक है।

प्रश्न 9. बिन्दुओं A (5,2) B (4,7) और C(7,-4) से बनने वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।  
उत्तर- हल: शीर्षों A (5,2), (4,7) और C (7,-4) वाले त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल है:

$$\frac{1}{2} [5(7+4) + 4(-4-2) + 7(2-7)]$$

$$= \frac{1}{2} (55 - 24 - 35) = \frac{-4}{2} = -2$$

चूँकि क्षेत्रफल एक माप है, इसलिए यह ऋणात्मक नहीं हो सकता है। अतः हम क्षेत्रफल के रूप -2 का संख्यात्मक मान लेंगे। इसलिए त्रिभुज का क्षेत्रफल 2 वर्ग मात्रक है।

प्रश्न 10. उस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष (2,3) (-1,0) और (2,-4) हैं।  
उत्तर- हल: (2,3) (-1,0) (2,-4)

$$x_1 \ y_1 \ x_2 \ y_2 \ x_3 \ y_3$$

त्रिभुज का क्षेत्रफल =

$$= \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

सूत्र में उपरोक्त मान रखने पर

$$= \frac{1}{2} [2\{0-(-4)\} + (-1)\{(-4)-(-3)\} + 2\{3-0\}]$$

$$= \frac{1}{2} [8 + 7 + 6] = \frac{21}{2}$$

उत्तर

प्रश्न 11. उस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष (-5,-1), (3,-5) और (5,2) हैं।  
उत्तर- हल: (-5,-1) (3,-5) (5,2)

$$x_1 \ y_1 \ x_2 \ y_2 \ x_3 \ y_3$$

सूत्र में मान रखने पर,

$$= \frac{1}{2} [(-5)\{(-5)-(-3)\} + 3\{2-(-1)\} + 5\{-1-(-5)\}]$$

$$= \frac{1}{2} [35 + 9 + 20] = 32$$

उत्तर

प्रश्न 12. k का मान ज्ञात कीजिए, यदि बिन्दु A(2,3), B(4,k) और C(6,-3) संरेखी हैं।  
उत्तर-हल: चूँकि तीनों बिंदु संरेखी हैं, इसलिए इनसे बनने वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल 0 होगा।

$$\text{अर्थात् } \frac{1}{2} [2(k+3) + 4(-3-3) + 6(3-k)] = 0$$

$$\text{अर्थात् } \frac{1}{2} (-4k) = 0 \text{ या } k = 0$$

अतः, k का वांछित मान 0 है।

आइए अपने उत्तर की जाँच करें।

$$\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} [2(0+3) + 4(-3-3) + 6(3-0)] = 0$$

प्रश्न 13. k का मान ज्ञात कीजिए, यदि बिन्दु (7,-2), (5,1) और (3,k) संरेखी हैं।  
उत्तर- हल: बिन्दु संरेख होने के लिए त्रिभुज का क्षेत्रफल शून्य होता है। अतः दिए गए बिन्दुओं (7,-2), (5,1) और (3,k) के लिए क्षेत्रफल = 0

त्रिभुज का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

सूत्र में उपरोक्त निर्देशांक रखने पर,

$$\frac{1}{2} [7\{1-k\} + 5\{k-(-2)\} + 3\{(-2)-1\}] = 0$$

$$7 - 7k + 5k + 10 - 9 = 0$$

$$-2k + 8 = 0$$

$$k = 4$$

उत्तर

प्रश्न 14. k का मान ज्ञात कीजिए, यदि बिन्दु (8,1), (k,-4) और (2,-5) संरेखी हैं।  
उत्तर- हल: संरेख बिन्दुओं के लिए त्रिभुज का क्षेत्रफल = 0 होगा।

$$\text{त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

$$(y_1 - y_2)]$$

तब बिन्दुओं (8,1), (k,-4), (2,-5) के लिए क्षेत्रफल 0 होगा।

$$\frac{1}{2} [8\{-4-(-5)\} + k\{(-5)-1\} + 2\{1-(-4)\}] = 0$$

$$8 - 6k + 10 = 0$$

$$6k = 18$$

$$k = 3$$

उत्तर

प्रश्न 15.  $x$  और  $y$  में एक संबंध ज्ञात कीजिए, ताकि बिंदु  $(x, y)$  बिन्दुओं  $(7, 1)$  और  $(3, 5)$  से समदूरस्थ हो।  
उत्तर- हल:

$$\begin{aligned} & \begin{array}{c} (x, y) \\ \swarrow \quad \searrow \\ A(7, 1) \quad B(3, 5) \end{array} \\ & \sqrt{(x+7)^2 + (y-1)^2} = \sqrt{(x-3)^2 + (y-5)^2} \\ & (x+7)^2 + (y-1)^2 = (x-3)^2 + (y-5)^2 \\ & \Rightarrow x^2 - 14x + 49 + y^2 + 1 - 2y = x^2 - 6x + 9 + y^2 - 10y + 25 \\ & \Rightarrow -14x + 6x - 2y + 10y + 50 - 34 = 0 \\ & \Rightarrow -8x + 8y - 16 = 0 \\ & \Rightarrow -x + y - 2 = 0 \\ & \Rightarrow x - y = 2 \end{aligned}$$

उत्तर

प्रश्न 16.  $x$  और  $y$  में एक संबंध कीजिए, ताकि बिंदु  $(x, y)$  बिन्दुओं  $(3, 6)$  और  $(-3, 4)$  से समदूरस्थ हो।

उत्तर- हल: मान बिन्दुओं  $(x, y)$   $(3, 6)$  व  $(-3, 4)$  से समान दूरी पर  $(x, y)$  है।

$$\begin{aligned} \therefore \sqrt{(x-3)^2 + (y-6)^2} &= \sqrt{x - (-3)^2 + (y-4)^2} \\ \sqrt{(x-3)^2 + (y-6)^2} &= \sqrt{(x+3)^2 + (y-4)^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \begin{array}{c} (x, y) \\ \swarrow \quad \searrow \\ A(3, 6) \quad B(-3, 4) \end{array} \\ & PA = PB \\ & (x-3)^2 + (y-6)^2 = (x+3)^2 + (y-4)^2 \\ & x^2 + 9 - 6x + y^2 + 36 - 12y \\ & \quad = x^2 + 9 + 6x + y^2 + 16 - 8y \\ & 36 - 16 = 6x + 6x + 12 - 8y \\ & 20 = 12x + 4y \\ & 3x + y = 5 \\ & 3x + y - 5 = 0 \end{aligned}$$

प्रश्न 17. उस बिंदु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं  $(4, -3)$  और  $(8, 5)$  को जोड़ने वाले रेखाखंड को आंतरिक रूप से 3:1 से अनुपात में विभाजित करता है।

उत्तर- हल: मान लीजिए  $P(x, y)$  वांछित बिंदु है। विभाजन सूत्र का प्रयोग करने पर हमें

$$x = \frac{3(8)+1(4)}{3+1} = 7, \quad y = \frac{3(5)+1(-3)}{3+1} = 3$$

प्राप्त होता है। अतः  $(7, 3)$  ही वांछित बिंदु है।

प्रश्न 18. बिंदु  $(-4, 6)$ , बिन्दुओं  $A(-6, 10)$  और  $B(3, -8)$  को जोड़ने वाले रेखाखंड को किस अनुपात में विभाजित करता है?

उत्तर- हल: मान लीजिए  $(-4, 6)$  रेखाखंड  $AB$  को आंतरिक रूप से  $m_1 : m_2$  के अनुपात में विभाजित करता है। विभाजन सूत्र के प्रयोग से, हमें प्राप्त होता है:

$$(-4, 6) = \left( \frac{3m_1 - 6m_2}{m_1 + m_2}, \frac{-8m_1 + 10m_2}{m_1 + m_2} \right) \quad (1)$$

याद कीजिए कि यदि  $(x, y) = (a, b)$  हो, तो  $x = a$  और  $y = b$  होता है।

$$\text{अतः } -4 = \frac{3m_1 - 6m_2}{m_1 + m_2} \quad \text{और } 6 = \frac{-8m_1 + 10m_2}{m_1 + m_2} \text{ है।}$$

$$\text{अब } -4 = \frac{3m_1 - 6m_2}{m_1 + m_2} \text{ से प्राप्त होता है:}$$

$$-4m_1 - 4m_2 = 3m_1 - 6m_2$$

$$\text{अर्थात् } 7m_1 = 2m_2 \text{ या } m_1 : m_2 = 2 : 7$$

आपको इसकी जाँच कर लेनी चाहिए कि यह अनुपात  $y$ -निर्देशांक को भी संतुष्ट करता है।

$$\begin{aligned} \text{अब } \frac{-8m_1 + 10m_2}{m_1 + m_2} &= \frac{-8 \frac{m_1}{m_2} + 10}{\frac{m_1}{m_2} + 1} \\ &= \frac{-8 \frac{2}{7} + 10}{\frac{2}{7} + 1} = 6 \end{aligned}$$

(  $m_2$  से ऊपर नीचे भाग देने पर )

अतः बिंदु  $(-4, 6)$ , बिन्दुओं  $A(-6, 10)$  और  $B(3, -8)$  को जोड़ने वाले रेखाखंड को 2:7 के अनुपात में विभाजित करता है।

प्रश्न 19. बिंदुओं  $(5, -6)$  और  $(-1, -4)$  को जोड़ने वाले रेखाखंड को  $y$ -अक्ष किस अनुपात में विभाजित करता है? इस प्रतिच्छेद बिंदु के निर्देशांक भी ज्ञात कीजिए।

उत्तर- हल: मान लीजिए वांछित अनुपात  $k : 1$  है। तब, विभाजन सूत्र द्वारा, उस रेखाखंड को  $k : 1$  के अनुपात में विभाजित करने वाले बिंदु के निर्देशांक हैं: ... यह बिंदु  $y$ -अक्ष पर स्थित है और हम जानते हैं कि  $y$ -अक्ष पर भुज 0 होता है।

$$\text{अतः } \frac{-k+5}{k+1} = 0 \quad \text{इसलिए } k=5 \text{ है।}$$



अर्थात् वांछित अनुपात 5 : 1 है। k का मान 5 रखने पर हमें

प्रतिच्छेद बिंदु  $\left(0, \frac{-13}{3}\right)$  प्राप्त

प्रश्न 20. यदि बिंदु A(6,1) B(8,2) C(9,4) और D(p,3) एक समांतर चतुर्भुज के शीर्ष इसी क्रम में हों तो p का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर- हल: हम जानते हैं कि समांतर चतुर्भुज के विकर्ण परस्पर समद्विभाजित करते हैं।

अतः, विकर्ण AC के मध्य बिंदु के निर्देशांक = विकर्ण BD के मध्य-बिंदु के निर्देशांक

$$\text{अर्थात्} \quad \left(\frac{6+9}{2}, \frac{1+4}{2}\right) = \left(\frac{8+p}{2}, \frac{2+3}{2}\right)$$

$$\text{या} \quad \left(\frac{15}{2}, \frac{5}{2}\right) = \left(\frac{8+p}{2}, \frac{5}{2}\right)$$

$$\text{अतः} \quad \frac{15}{2} = \frac{8+p}{2}$$

$$\text{या} \quad p = 7 \quad \square$$

## अध्याय 8. त्रिकोणमिति का परिचय

प्रश्न 1. सही जोड़ी मिलाइए:

स्तम्भ (अ)	स्तम्भ (ब)
(1) $\sin \theta$	(i) $\sqrt{3}$
(2) $\sec \theta \cdot \cos \theta$	(ii) लंब/कर्ण
(3) $\tan 30^\circ$	(iii) 1
(4) $\cot \theta$	(iv) $\frac{1}{\sqrt{3}}$
(5) $\sec(90 - \theta)$	(v) $\sqrt{\operatorname{cosec}^2 \theta - 1}$
	(vi) $\operatorname{cosec} \theta$

उत्तर- 1.(ii), 2.(iii), 3.(iv), 4.(v), 5.(vi)

प्रश्न 2. सही जोड़ी मिलाइए:

स्तम्भ (अ)	स्तम्भ (ब)
(1) $\operatorname{cosec} 60^\circ$	(i) 1
(2) $\tan(90 - \theta)$	(ii) $\infty$
(3) $\sin 48^\circ \sec 42^\circ + \cos 48^\circ \operatorname{cosec} 42^\circ$	(iii) $\frac{2}{\sqrt{3}}$
(4) $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta$	(iv) $\cot \theta$
(5) $\tan 90^\circ$	(v) 2

उत्तर- 1.(iii), 2.(iv), 3.(v), 4.(i), 5.(ii)

प्रश्न 3. सही जोड़ी मिलाइए:

स्तम्भ (अ)	स्तम्भ (ब)
(1) $\sec^2 3\theta - \tan^2 3\theta$	(i) $\cot^2 \theta$
(2) $2 \tan \theta \cdot \cot \theta$	(ii) $\sec \theta$
(3) $1 + \tan^2 \theta$	(iii) 1
(4) $\operatorname{cosec}^2 \theta - 1$	(iv) 2
(5) $\operatorname{cosec}(90 - \theta)$	(v) $\sec^2 \theta$

उत्तर- 1.(iii), 2.(iv), 3.(v), 4.(i), 5.(ii)

प्रश्न 4. सही जोड़ी मिलाइए:

स्तम्भ (अ)	स्तम्भ (ब)
(1) $1 + \cot^2 \theta$	(i) $\operatorname{cosec} \theta$
(2) $\sec \theta$	(ii) 0
(3) $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta$	(iii) $\sqrt{3}$
(4) $\tan 60^\circ$	(iv) 1
(5) $\sec(90 - \theta)$	(v) $\operatorname{cosec}^2 \theta$
	(vi) $\frac{1}{\cos \theta}$
	(vii) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

उत्तर- 1.(v), 2.(vi), 3.(iv), 4.(iii), 5.(i)

प्रश्न 5. सही जोड़ी मिलाइए:

स्तम्भ (अ)	स्तम्भ (ब)
(1) $1 + \tan^2 \theta$	(i) $\operatorname{cosec}^2 \theta$
(2) $\tan(90 - \theta)$	(ii) $\sec^2 \theta$
(3) $\sqrt{1 - \cos^2 \theta}$	(iii) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
(4) $1 + \cot^2 \theta$	(iv) $\cot \theta$
(5) $\sin 45^\circ$	(v) $\sin \theta$

उत्तर- 1.(ii), 2.(iv), 3.(v), 4.(i), 5.(iii)

प्रश्न 6. सही जोड़ी मिलाइए:

स्तम्भ (अ)	स्तम्भ (ब)
(1) $\sin 60^\circ$	(i) $\sec^2 \theta$
(2) $1 + \tan^2 \theta$	(ii) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
(3) $\frac{1}{\sec \theta}$	(iii) $\cot^2 \theta$
(4) $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta$	(iv) $\cos \theta$
(5) $\operatorname{cosec}^2 \theta - 1$	(v) 1

उत्तर- 1.(ii), 2.(i), 3.(iv), 4.(v), 5.(iii)

प्रश्न 7. मान निकालिए:

$$\sin 60^\circ \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cos 60^\circ.$$

उत्तर- हल:  $\sin 60^\circ \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cos 60^\circ$



# Students Unity

4.2K subscribers

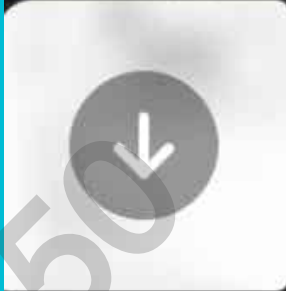


## Pinned Message

Sab jaag rahe apne sapno ke piche bhaag rahe...



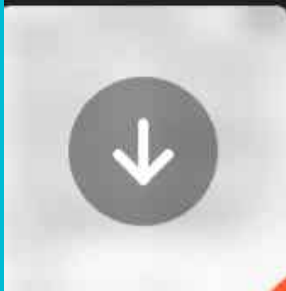
December 17



Physics memorendum...

699.5 KB PDF

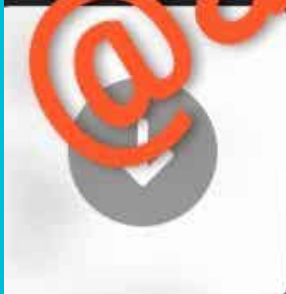
Physics memorendum 12th



Paper\_2020012101013.pdf

705.8 KB PDF

Neet question paper last year



Paper\_20210322103029.pdf

9.5 MB PDF

jee mains paper last year

3.8K 2:01 AM



17 comments



12th physics EM q. bank @amarwa...

4.9 MB PDF

26 / जी.पी.एच. प्रश्न बैंक

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

मान रखने पर

$$= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

प्रश्न 8. मान निकालिए-

$$2\tan^2 45^\circ + \cos^2 30^\circ - \sin^2 60^\circ.$$

उत्तर- हल:  $2\tan^2 45^\circ + \cos^2 30^\circ - \sin^2 60^\circ$

$$\tan 45^\circ = 1, \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ मान रखने पर}$$

$$= 2(1)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$$

$$= 2 + \frac{3}{4} - \frac{3}{4} = 2$$

प्रश्न 9. दिखाइए कि

$$\tan 48^\circ \tan 23^\circ \tan 42^\circ \tan 67^\circ = 1.$$

उत्तर- हल:  $\tan 48^\circ \tan 23^\circ \tan 42^\circ \tan 67^\circ = 1$

$$\text{L.H.S.} = \tan 48^\circ \tan 23^\circ \tan 23^\circ \tan 42^\circ \tan 67^\circ$$

$$= \tan 48^\circ \tan 23^\circ \cot(90^\circ - 42^\circ) \cot(90^\circ - 67^\circ)$$

$$[\text{सूत्र } \cot(90^\circ - \theta) = \tan \theta]$$

$$= \tan 48^\circ \tan 23^\circ \cot 48^\circ \cot 23^\circ$$

$$= \tan 48^\circ \tan 23^\circ \times \frac{1}{\tan 48^\circ} \times \frac{1}{\tan 23^\circ}$$

$$= 1 = \text{R.H.S.}$$

$$\text{L.H.S.} = \text{R.H.S.}$$

प्रश्न 10. दिखाइए कि:

$$\cos 38^\circ \cos 52^\circ = -\sin 38^\circ \sin 52^\circ = 0$$

उत्तर- हल:  $\cos 38^\circ \cos 52^\circ - \sin 38^\circ \sin 52^\circ = 0$

$$\text{L.H.S.} = \cos 38^\circ \cos 52^\circ - \sin 38^\circ \sin 52^\circ$$

$$= \cos 38^\circ \cos 52^\circ - \cos(90^\circ - 38^\circ) \cos(90^\circ - 52^\circ)$$

$$[\text{सूत्र } \cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta]$$

$$= \cos 38^\circ \cos 52^\circ - \cos 52^\circ \cos 38^\circ$$

$$= 0 = \text{R.H.S.}$$

$$\text{L.H.S.} = \text{R.H.S.}$$

प्रश्न 11. यदि  $\sin 3A = \cos(A - 26^\circ)$ , जहाँ  $3A$  एक न्यूनकोण है, तो  $A$  का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर- हल: यहाँ यह दिया हुआ है कि

$$\sin 3A = \cos(A - 26^\circ) \quad (1)$$

क्योंकि  $\sin 3A = \cos(90^\circ - 3A)$ , इसलिए हम (1) को इस रूप में लिख सकते हैं

$$\cos(90^\circ - 3A) = \cos(A - 26^\circ)$$

क्योंकि  $90^\circ - 3A$  और  $A - 26^\circ$  दोनों ही न्यून कोण हैं, इसलिए

$$90^\circ - 3A = A - 26^\circ$$

जिससे  $A = 29^\circ$  प्राप्त होता है।

प्रश्न 12. यदि  $\tan 2A = \cot(A - 18^\circ)$ , जहाँ  $2A$  एक न्यूनकोण है, तो  $A$  का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर- हल: दिया है-  $\tan 2A = \cot(A - 18^\circ)$

$$\Rightarrow \cot(90^\circ - 2A) = \cot(A - 18^\circ)$$

$$[\cot(90^\circ - \theta) = \tan \theta]$$

$$\Rightarrow 90^\circ - 2A = A - 18^\circ$$

$$\Rightarrow 90^\circ + 18^\circ = 3A$$

$$\Rightarrow 3A = 108^\circ$$

$$\Rightarrow A = 36^\circ$$

$$\therefore A = 36^\circ$$

प्रश्न 13. यदि  $\sec 4A = \text{cosec}(A - 20^\circ)$ , जहाँ  $4A$  एक न्यूनकोण है, तो  $A$  का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर- हल: दिया है  $\sec 4A = \text{cosec}(A - 20^\circ)$

$$= \text{cosec}(90^\circ - 4A)$$

$$= \text{cosec}(A - 20^\circ)$$

$$[\text{सूत्र } \text{cosec}(90^\circ - \theta) = \sec \theta]$$

$$\Rightarrow 90^\circ - 4A = A - 20^\circ$$

$$\Rightarrow 90^\circ + 20^\circ = 5A$$

$$\Rightarrow 5A = 110^\circ$$

$$\Rightarrow A = 22^\circ$$

$$\therefore A = 22^\circ$$

यही दर्शाना था।

प्रश्न 14. मान निकालिए:  $\frac{\sin^2 63^\circ + \sin^2 27^\circ}{\cos^2 17^\circ + \cos^2 73^\circ}$

उत्तर- हल:  $\frac{\sin^2 63^\circ + \sin^2 27^\circ}{\cos^2 17^\circ + \cos^2 73^\circ}$

$$= \frac{\sin^2 63^\circ + \cos^2(90^\circ - 27^\circ)}{\cos^2 17^\circ + \sin^2(90^\circ - 73^\circ)}$$

$$= \frac{\sin^2 63^\circ + \cos^2 63^\circ}{\cos^2 17^\circ + \sin^2 17^\circ}$$

[सूत्र  $\cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta$  और  $\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta$ ]

$$= \frac{\sin^2 63^\circ + \cos^2 63^\circ}{\cos^2 17^\circ + \sin^2 17^\circ}$$

$$= \frac{1}{1} = 1$$

[सूत्र  $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ ]

प्रश्न 15. मान निकालिए:

$$\sin 25^\circ \cos 65^\circ + \cos 25^\circ \sin 65^\circ.$$

उत्तर- हल:  $\sin 25^\circ \cos 65^\circ + \cos 25^\circ \sin 65^\circ$

$$= \cos(90^\circ - 25^\circ) \cos 65^\circ + \sin(90^\circ - 25^\circ) \sin 65^\circ$$

$$= \cos 65^\circ \cos 65^\circ + \sin 65^\circ \sin 65^\circ$$

$$= \cos^2 65^\circ + \sin^2 65^\circ = 1 \quad [\text{सूत्र } \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1]$$

प्रश्न 16. यदि  $\tan A = \frac{4}{3}$ , हो तो  $\sin A$  का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर- हल- आइए सबसे पहले हम एक समकोण  $\Delta ABC$  खींचे (देखिए आकृति)। अब, हम जानते हैं कि

$$\tan A = \frac{BC}{AB} = \frac{4}{3}$$

अतः यदि  $BC = 4k$ , तब  $AB = 3k$ , जहाँ  $k$  धन संख्या है। अब पाइथागोरस प्रमेय लागू करने पर हमें यह प्राप्त होता है।

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = (4k)^2 + (3k)^2 = 25k^2$$

$$\text{इसलिए } AC = 5k$$

अब हम इनकी परिभाषाओं की सहायता से सभी त्रिकोणमितीय अनुपात लिख सकते हैं।

$$\sin A = \frac{BC}{AC} = \frac{4k}{5k} = \frac{4}{5}$$

प्रश्न 17. यदि  $\sec \theta = \frac{13}{12}$ , हो तो  $\sin A$  का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर- हल: माना  $\sec \theta = \frac{13}{12}$

$\Delta ABC$  में, पाइथागोरस प्रमेय से

$$BC^2 = AC^2 - AB^2$$

$$= (13)^2 - (12)^2$$

$$= 169 - 144 = 25$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{25} = 5$$

$$\therefore \sin \theta = \frac{BC}{AC} = \frac{5}{13}$$

प्रश्न 18. यदि  $\sin A = \frac{3}{4}$ , तो  $\cos A$  और  $\tan A$  का मान परिकलित कीजिए।

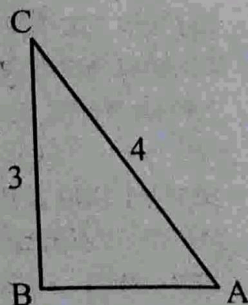
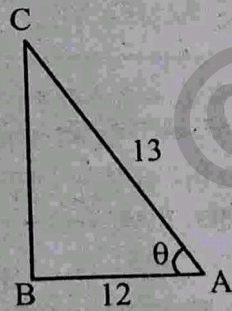
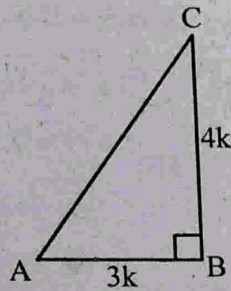
उत्तर- हल: दिया है  $\sin A = \frac{3}{4}$

$\Delta ABC$  में, पाइथागोरस प्रमेय से

$$AB^2 = AC^2 - BC^2 = (4)^2 - (3)^2$$

$$= 16 - 9 = 7$$

$$\Rightarrow PQ = \sqrt{7} = \sqrt{7}$$



इसलिए,

और

$$\cos A = \frac{PQ}{PR} = \frac{\sqrt{7}}{4} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$\tan A = \frac{QR}{PQ} = \frac{3}{\sqrt{7}} = \frac{3}{\sqrt{7}}$$

$$\text{उत्तर: } \frac{\sqrt{7}}{4}, \frac{3}{\sqrt{7}}$$

प्रश्न 19. यदि  $15 \cot A = 8$  हो तो  $\sin A$  और  $\sec A$  का मान परिकलित कीजिए।

उत्तर- हल: दिया है  $15 \cot A = 8$

$$\Rightarrow \cot A = \frac{8}{15}$$

$$\text{माना } \cot A = \frac{8}{15}$$

$\Delta ABC$  में, पाइथागोरस प्रमेय से

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$= (8)^2 + (15)^2$$

$$= 64 + 225 = 289$$

$$\Rightarrow AC = \sqrt{289} = 17$$

$$\text{इसलिए, } \sin A = \frac{BC}{AC} = \frac{15}{17} = \frac{15}{17}$$

$$\text{और } \sec A = \frac{AC}{AB} = \frac{17}{8}$$

$$\text{उत्तर: } \frac{15}{17}, \frac{17}{8}$$

प्रश्न 20. यदि  $\Delta ABC$  में जिसका कोण B समकोण है,  $AB = 24 \text{ cm}$  और  $BC = 7 \text{ cm}$  है, तो  $\sin A$  और  $\sin C$  के मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर- हल:  $\Delta ABC$  में पाइथागोरस प्रमेय द्वारा

$$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$$

$$= (24 \text{ cm})^2 + (7 \text{ cm})^2$$

$$= (576 + 49) \text{ cm}^2$$

$$= 625 \text{ cm}^2$$

$$AC = \sqrt{625} = 25 \text{ cm}$$

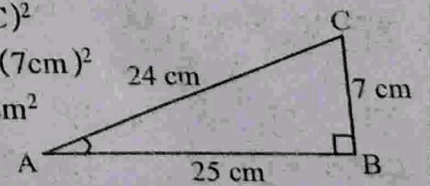
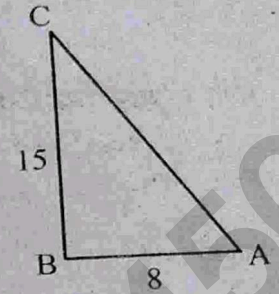
$$\sin A = \frac{BC}{AC} = \frac{7}{25}$$

$$\sin C = \frac{AB}{AC} = \frac{24}{25}$$

प्रश्न 21.  $\frac{\tan 65^\circ}{\cot 25^\circ}$  का मान परिकलित कीजिए।

उत्तर- हल: जैसा कि हम जानते हैं कि

$$\cot A = \tan(90^\circ - A)$$



28 / जी.पी.एच. प्रश्न बैंक

अतः  $\cot 25^\circ = \tan (90^\circ - 25^\circ) = \tan 65^\circ$

अर्थात्  $\frac{\tan 65^\circ}{\cot 25^\circ} = \frac{\tan 65^\circ}{\tan 65^\circ} = 1$

प्रश्न 22.  $\cos 48^\circ - \sin 42^\circ$  का मान परिकलित कीजिए।

उत्तर- हल:  $\cos 48^\circ - \sin 42^\circ$

$\cos 48^\circ - \sin 42^\circ = \cos 48^\circ - \cos (90^\circ - 42^\circ)$

[सूत्र  $\cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta$ ]

$\cos 48^\circ - \cos 48^\circ = 0$

उत्तर  $\Rightarrow$  L.H.S. = R.H.S.

प्रश्न 23. यदि  $\tan A = \cot B$ , तो सिद्ध कीजिए कि  $A + B = 0^\circ$ .

उत्तर- हल: दिया है-  $\tan A = \cot B$

$\Rightarrow \cot(90^\circ - A) = \cot B$  [  $\cot(90^\circ - \theta) = \tan \theta$  ]

$\Rightarrow 90^\circ - A = B$

$\Rightarrow 90^\circ = A + B$

$\therefore A + B = 90^\circ$

उत्तर

प्रश्न 24.  $\cot 85^\circ + \cos 75^\circ$  को  $0^\circ$  और  $45^\circ$  के बीच के कोणों के त्रिकोणमितीय अनुपातों के पदों में व्यक्त कीजिए।

उत्तर- हल:  $\cot 85^\circ + \cos 75^\circ = \cot (90^\circ - 5^\circ) + \cos (90^\circ - 15^\circ) = \tan 5^\circ + \sin 15^\circ$

प्रश्न 25.  $\sin 67^\circ + \cos 75^\circ$  को  $0^\circ$  और  $45^\circ$  के बीच के कोणों के त्रिकोणमितीय अनुपातों के पदों में व्यक्त कीजिए।

उत्तर- हल: जैसा कि हम जानते हैं कि

$\sin \theta = \cos(90^\circ - \theta)$  और  $\cos \theta = \sin(90^\circ - \theta)$

$\therefore \sin 67^\circ + \cos 75^\circ = \cos(90^\circ - 67^\circ) + \sin(90^\circ - 75^\circ)$

$= \cos 23^\circ + \sin 15^\circ$

उत्तर

प्रश्न 26. यदि A, B और C त्रिभुज ABC के अंतः कोण हों,

तो दिखाइए कि  $\sin \left( \frac{B+C}{2} \right) = \cos \frac{A}{2}$

उत्तर- हल: L.H.S. =  $\sin \left( \frac{B+C}{2} \right) = \sin \left( \frac{180^\circ - A}{2} \right)$

[सूत्र  $A + B + C = 180^\circ$ ]

$= \sin \left( 90^\circ - \frac{A}{2} \right) = \cos \frac{A}{2}$

[सूत्र  $\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta$ ]

$=$  L.H.S. = R.H.S. यही दर्शाना था।

प्रश्न 27. सिद्ध कीजिए:  $\frac{\sqrt{1 - \sin A}}{\sqrt{1 + \sin A}} = \sec A - \tan A$ .

उत्तर- हल: L.H.S. =  $\sqrt{\frac{1 - \sin \theta}{1 + \sin \theta}}$

$= \sqrt{\frac{(1 - \sin \theta)(1 - \sin \theta)}{(1 + \sin \theta)(1 - \sin \theta)}}$

[हर एवं अंश को  $\sqrt{1 - \sin \theta}$  से गुणा करने पर]

$= \sqrt{\frac{(1 - \sin \theta)^2}{1 - \sin^2 \theta}} = \sqrt{\frac{(1 - \sin \theta)^2}{\cos^2 \theta}}$

$= \frac{1 - \sin \theta}{\cos \theta} = \frac{1}{\cos \theta} - \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$

$= \sec \theta - \tan \theta =$  R.H.S.

इति सिद्धम्

प्रश्न 28. सिद्ध कीजिए-  $\frac{1 + \sec A}{\sec A} = \frac{\sin^2 A}{1 - \cos A}$

उत्तर- हल:  $\frac{1 + \sec A}{\sec A} = \frac{\sin^2 A}{1 - \cos A}$

L.H.S =  $\frac{1 + \sec A}{\sec A} = \frac{1 + \frac{1}{\cos A}}{\frac{1}{\cos A}}$  [सूत्र  $\sec A = \frac{1}{\cos A}$ ]

$= \frac{\cos A + 1}{\cos A} = \frac{1 + \cos A}{1} \times \frac{1 - \cos A}{1 - \cos A}$

$= \frac{1 - \cos^2 A}{1 - \cos A} = \frac{\sin^2 A}{1 - \cos A}$

[सूत्र  $1 - \cos^2 A = \sin^2 A$ ]

$=$  R.H.S

$\therefore$  L.H.S. = R.H.S

यही सिद्ध करना था।

अध्याय 10.

वृत्त

प्रश्न 1. सही विकल्प चुनिये:

(1) 5 सेमी त्रिज्या वाले एक वृत्त के बिन्दु P पर स्पर्श रेखा PQ केंद्र O से जाने वाली एक रेखा से बिंदु Q पर इस प्रकार मिलती है कि  $OQ = 12$  सेमी। PQ की लंबाई है:

(अ) 12सेमी (ब) 13सेमी (स) 8.5सेमी (द)  $\sqrt{119}$  सेमी

(2) एक बिन्दु Q से एक वृत्त पर स्पर्श रेखा की लंबाई 24 सेमी तथा Q की केंद्र से दूरी 25 सेमी है। वृत्त की त्रिज्या है:

(अ) 7 सेमी (ब) 12 सेमी (स) 15 सेमी (द) 24.5 सेमी

(3) यदि एक बिंदु P से O केंद्र वाले किसी वृत्त पर PA, PB स्पर्श रेखाएँ परस्पर  $80^\circ$  के कोण पर झुकी हों, तो  $\angle POA$  बराबर है:

(अ)  $50^\circ$  (ब)  $60^\circ$  (स)  $70^\circ$  (द)  $80^\circ$

(4) यदि TP, TQ केंद्र O वाले किसी वृत्त पर स्पर्श रेखाएँ इस प्रकार हैं कि  $\angle POQ = 110^\circ$ , तो  $\angle PTQ$  बराबर है:

(अ)  $60^\circ$  (ब)  $70^\circ$  (स)  $80^\circ$  (द)  $90^\circ$

उत्तर- 1.(द), 2.(अ), 3.(अ), 4.(ब)

**प्रश्न 2. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिये:**

- (1) किसी वृत्त की स्पर्श रेखा उसे ..... बिन्दु पर प्रतिच्छेद करती है।
- (2) वृत्त को दो बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करने वाली रेखा को ..... कहते हैं।
- (3) वृत्त तथा उसकी स्पर्श रेखा के उभयनिष्ठ बिन्दु को ..... कहते हैं।
- (4) स्पर्श बिन्दु से होकर जाने वाली त्रिज्या स्पर्श रेखा पर ..... होती है।

उत्तर- 1. एक, 2. छेदक रेखा, 3. स्पर्श बिंदु, 4. लम्ब

**प्रश्न 3. सत्य/असत्य लिखिए:**

- (1) वृत्त की दो बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करने वाली रेखा को छेदक रेखा कहते हैं।
- (2) वृत्त को एक बिन्दु पर स्पर्श करने वाली रेखा को स्पर्श रेखा कहते हैं।

उत्तर- 1. सत्य, 2. सत्य

**प्रश्न 4. एक शब्द/वाक्य में उत्तर दीजिए:**

- (1) वृत्त के दो बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करने वाली रेखा को क्या कहते हैं?
- (2) वृत्त के बिन्दु पर प्रतिच्छेद करने वाली रेखा को क्या कहते हैं?

उत्तर- 1. छेदक रेखा, 2. स्पर्श रेखा।

**प्रश्न 5. सिद्ध कीजिए कि, "वृत्त के किसी बिन्दु पर स्पर्श रेखा स्पर्श बिन्दु से जाने वाली त्रिज्या पर लम्ब होती है।"**

हल- हमें केन्द्र O वाला एक वृत्त दिया है और एक बिन्दु P पर स्पर्श रेखा XY दी है। हमें सिद्ध करना है कि OP, XY पर लम्ब है।

XY पर P के अतिरिक्त एक बिन्दु

Q लीजिए और OQ को मिलाइए।

देखिए चित्र में बिन्दु O वृत्त के बाहर

होना चाहिए (क्यों? ध्यान दीजिए

कि यदि Q वृत्त के अन्दर है तो XY

वृत्त की एक छेदक रेखा हो जाएगी

और वह वृत्त की स्पर्श रेखा नहीं होगी। अतः OQ त्रिज्या OP से बड़ी है। अर्थात्

$$OQ > OP$$

क्योंकि यह बिन्दु P के अतिरिक्त XY के प्रत्येक बिन्दु के लिए सत्य है, OP बिन्दु O से XY के अन्य बिन्दुओं की न्यूनतम दूरी है। इसलिए OP, XY पर लम्ब है (जैसा कि प्रमेय A1.7 में दर्शाया गया है)।

**प्रश्न 6. सिद्ध कीजिए कि, "बाह्य बिन्दु से वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखाओं की लम्बाइयाँ बराबर होती हैं।"**

उत्तर- हमें केन्द्र O वाला एक वृत्त, वृत्त के बाहर का एक बिन्दु P तथा P से वृत्त पर दो स्पर्श रेखाएँ PQ, PR दी है (देखिए चित्र में)। हमें सिद्ध करना है कि  $PQ = PR$  इसके लिए हम OP, OQ

और OR को मिलाते हैं। तब  $\angle OQP$  तथा  $\angle ORP$  समकोण हैं क्योंकि ये त्रिज्याओं और स्पर्श रेखाओं के बीच के कोण हैं और प्रमेय 10.1 से ये समकोण हैं। अब समकोण त्रिभुजाँ OQP तथा ORP में,

$$OQ = OR$$

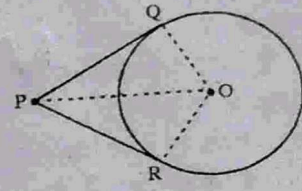
$$OP = OP$$

अतः  $\triangle OQP \approx \triangle ORP$   
इससे प्राप्त होता है

$$PQ = PR$$

(एक ही वृत्त की त्रिज्याएँ)  
(उभयनिष्ठ)

(RHS सर्वांगसमता द्वारा)



**प्रश्न 7. सिद्ध कीजिए कि, "दो संकेन्द्रीय वृत्त की जीवा जो छोटे वृत्त को स्पर्श करती है, स्पर्श बिन्दु पर समद्विभाजित होती है।"**

हल- हमें केन्द्र O वाले दो संकेन्द्रीय वृत्त  $C_1$  और  $C_2$  तथा बड़े वृत्त  $C_1$  की जीवा AB, जो छोटे वृत्त  $C_2$  को बिन्दु P पर स्पर्श करती है, दिए हैं दी गई आकृति में हमें सिद्ध करना

है कि  $AP = BP$  आइए OP को मिलाएँ। इस प्रकार AB,  $C_2$  के बिन्दु P पर स्पर्श रेखा है और OP त्रिज्या है। अतः प्रमेय से-  
 $OP \perp AB$

अब AB वृत्त  $C_1$  की एक जीवा है और  $OP \perp AB$  है। अतः OP जीवा AB को समद्विभाजित करेगी क्योंकि केन्द्र से जीवा पर खींचा गया लम्ब उसे समद्विभाजित करता है, अर्थात्  $AP = BP$  यही सिद्ध करना था।

**प्रश्न 8. सिद्ध कीजिए कि, "किसी वृत्त के व्यास के सिरों पर खींची गई स्पर्श रेखाएँ समांतर होती हैं।"**

हल- माना PQ व्यास है तथा AB और CD सिरों पर खींची गई स्पर्श रेखाएँ हैं। उपपत्ति हम जानते हैं की त्रिज्या, स्पर्श रेखा पर लम्ब होती है।

$$\therefore OP \perp CD \text{ और } OQ \perp AB$$

$$\angle OPC = 90^\circ \text{ और } \angle OPD = 90^\circ$$

$$\angle OQA = 90^\circ$$

$$\angle OQB = 90^\circ$$

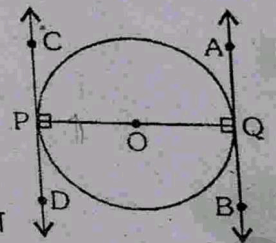
उपरोक्त से हमें निम्नानुसार परिणाम प्राप्त होते हैं :

$$\angle OPC = \angle OQA$$

$$\angle OPD = \angle OQB$$

कारण एकान्तर कोण बराबर हैं।

$\therefore$  रेखाओं AB और CD समांतर होगी। यही सिद्ध करना था।



(एकान्तर कोण)

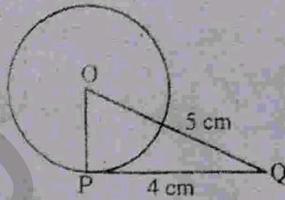
(एकान्तर कोण)

30 / जी.पी.एच. प्रश्न बैंक

प्रश्न 9. एक बिन्दु A से जो एक वृत्त के केंद्र से 5 cm दूरी पर है, वृत्त पर स्पर्श रेखा की लंबाई 4 cm है। वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

हल- माना O केंद्र वाले वृत्त PQ एक स्पर्श रेखा है जो वृत्त को P पर स्पर्श करती है।

दिया है: OQ = 5 cm और PQ = 4 cm



हम जानते हैं कि त्रिज्या, स्पर्श रेखा पर लम्ब होती है।

इसलिए,  $\Delta OPQ$  में,  $OP \perp PQ$

$\Delta OPQ$  में, पाइथागोरस प्रमेय से,

$$(PQ)^2 + OP^2 = (OQ)^2$$

$$4^2 + (OP)^2 = 5^2$$

$$16 + (OP)^2 = 25$$

$$(OP)^2 = 9$$

$$OP = 3$$

वृत्त की त्रिज्या 3 cm है।

उत्तर

प्रश्न 10. दो संकेन्द्रीय वृत्तों की त्रिज्याएँ 5 cm तथा 3 cm हैं। बड़े वृत्त की जीवा की लंबाई ज्ञात कीजिए जो छोटे वृत्त को स्पर्श करती हो।

हल- माना O केंद्र वाले दो संकेन्द्रीय वृत्तों की त्रिज्याएँ 5 cm (OP) तथा 3 cm (OA) हैं। PQ बड़े वृत्त की जीवा है, जो छोटे वृत्त को A पर स्पर्श करती हो। अतः PQ छोटे वृत्त की स्पर्श रेखा है।

जैसा कि हम जानते हैं कि त्रिज्या, स्पर्श रेखा पर लम्ब होती है।

$\therefore \Delta PQO$  में,  $OA \perp PQ$

$\Delta APO$  में, पाइथागोरस प्रमेय से,

$$OA^2 + AP^2 = OP^2$$

$$3^2 + AP^2 = 5^2$$

$$9 + AP^2 = 25$$

$$AP^2 = 16$$

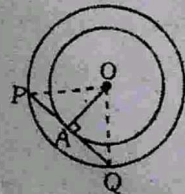
$$AP = 4$$

$\Delta APQ$  में,  $OA \perp PQ$

$AP = AQ$  (केंद्र से जीवा पर डाला गया लम्ब उसे समद्विभाजित करता है।

अर्थात्  $PQ = 2AP = 2 \times 4 = 8$  बड़े वृत्त की उस जीवा की लम्बाई 8 cm है।

उत्तर  $\square$

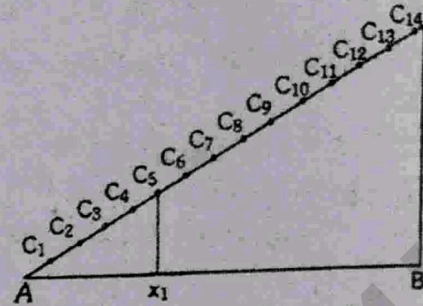


## अध्याय 11.

रचनाएँ

प्रश्न 1. 7.6 cm लंबा एक रेखाखण्ड खींचिए और 5:8 अनुपात में विभाजित कीजिए। दोनों भागों को मापिए।

हल- रचना के पद- (i) रेखाखण्ड AB = 7.6 सेमी खींचिए।



(ii) रेखाखण्ड AB के साथ न्यूनकोण बनाते हुए किरण AC खींचिए।

(iii) किरण AC पर परकार की 13 समान भाग  $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7, C_8, C_9, C_{10}, C_{11}, C_{12}, C_{13}$  अंकित कीजिए।

(iv)  $C_{13}$  को B से मिलाइए।

(v)  $C_5$  से  $C_{13}B$  के समान्तर  $C_5X_1$  खींचिए।

(vi) बिन्दु  $X_1AB$  को 5:8 में विभाजित करता है।  $AX_1 = 2.9$  व  $X_1B = 4.7$  सेमी प्राप्त होता है।

औचित्य- रचना को  $\frac{AX_1}{X_1B} = \frac{5}{8}$  बताकर सिद्ध कर सकते हैं।

रचना द्वारा

$$C_5X_1 \parallel C_{13}B$$

आधारभूत आनुपातिकता प्रमेय द्वारा  $\Delta C_{13}B$  त्रिभुज से

$$\frac{AX_1}{X_1B} = \frac{AC_5}{C_5C_{13}}$$

...(i)

$\therefore$

$$\frac{AC_5}{C_5C_{13}} = \frac{5}{8}$$

...(ii)

समी. (i) व (ii) की तुलना करने पर

$$\frac{AX_1}{X_1B} = \frac{5}{8}$$

इस प्रकार यह रचना सत्यापित हुई।

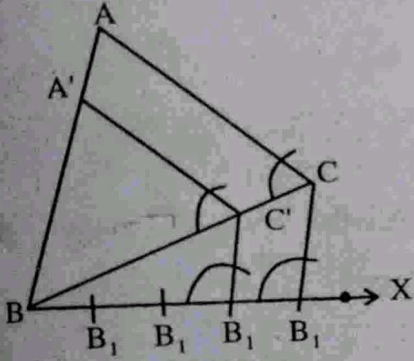
प्रश्न 2. एक दिए गए त्रिभुज ABC के समरूप एक त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसकी भुजाएँ दिए गए त्रिभुज की संगत भुजाओं की  $\frac{3}{4}$  हों।

हल- एक त्रिभुज ABC दिया है। हमें एक अन्य त्रिभुज की रचना करनी है, जिसका भुजाएँ त्रिभुज ABC की संगत

भुजाओं की  $\frac{3}{4}$  हों।

रचना के चर:

1. BC से शीर्ष A की दूसरी ओर न्यूनकोण बनाती हुई एक किरण BX खींचिए।
2. BX पर 4 बिंदु ( $\frac{3}{4}$  में 3 और 4 में से बड़ी संख्या),  $B_1, B_2, B_3$  और  $B_4$  इस प्रकार अंकित कीजिए कि  $BB_1 = B_1B_2 = B_2B_3 = B_3B_4$  हो।
3.  $B_4C$  मिलाइए और  $B_3$  (तीसरे बिंदु, यहाँ  $\frac{3}{4}$  में 3 और 4 में से 3 छोटी है) से होकर जाने वाली  $B_4C$  के समांतर एक रेखा BC को  $C'$  पर प्रतिच्छेद करती हुई खींचिए।
4.  $C'$  से होकर जाने वाली CA के समांतर एक रेखा BA को  $A'$  पर प्रतिच्छेद करती हुई खींचिए (देखिए आकृति)। तब,  $\Delta'BC'$  अभीष्ट त्रिभुज है।



आकृति

आइए देखें कि इस रचना से कैसे अभीष्ट त्रिभुज प्राप्त हो जाता है।

रचना से,  $\frac{BC'}{C'C} = \frac{3}{1}$

इसलिए,  $\frac{BC}{BC'} = \frac{BC + C'C}{BC'} = 1 + \frac{C'C}{BC'} = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$

$\frac{4}{3}$ , अर्थात्  $\frac{BC'}{BC} = \frac{3}{4}$  है।

साथ ही,  $C'A', CA$  के समांतर है। इसलिए  $\Delta A'BC' \sim \Delta ABC$  (क्यों?)

अतः,  $\frac{A'B}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{BC'}{BC} = \frac{3}{4}$

प्रश्न 3. 4cm, 5cm और 6cm भुजायें वाले एक त्रिभुज की रचना कीजिए और फिर इसके समरूप एक अन्य त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसकी भुजाएँ दिए हुए त्रिभुज की

भुजाओं की  $\frac{2}{3}$  गुनी हों।

हल- रचना के पद: (i) सर्व प्रथम रेखाखण्ड  $AB = 4$  सेमी बनाते हैं।

इसके बाद बिन्दु A से 5 सेमी व बिन्दु B से 6 सेमी के चाप काटते हैं जो एक दूसरे को बिन्दु C पर प्रतिच्छेद करते हैं इस प्रकार  $\Delta ABC$  की रचना हुई।

- (ii) A से कोई कोण बनाती हुई एक रेखा AB के नीचे की ओर AX खींची (iii) रेखा AX पर तीन बिंदु  $A_1, A_2, A_3$  इस प्रकार बनाए कि  $AA_1 = A_1A_2 = A_2A_3$
- (iv)  $BA_3$  को मिलाया एवं बिंदु  $A_2$  से  $BA_3$  के समांतर रेखा खींची जो AB को  $B'$  पर काटती है।
- (v) बिंदु  $B'$  से BC के समांतर रेखा खींची जो AC को  $C'$  पर काटती है इस प्रकार अभीष्ट  $\Delta AB'C'$  की रचना हुई।

औचित्य- सिद्धांत द्वारा यह रचना न्याय संगत (औचित्य पूर्व) कर सकते हैं-

$AB' = \frac{2}{3} AB, B'C' = \frac{2}{3} BC, AC' = \frac{2}{3} AC$

रचना द्वारा,  $B'C' \parallel BC$

इसलिए  $\angle AB'C' = \angle ABC$  संगत कोण

$\Delta AB'C'$  और  $\Delta ABC$ , में

$\angle AB'C' = \angle ABC$  ऊपर सिद्ध किया जा चुका है

$\angle B'AC' = \angle BAC$  उभयनिष्ट

$\therefore \Delta AB'C' = \Delta ABC$  कोण कोण समानता कसौटी।

$\frac{AB'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{AC'}{AC}$  ... (i)

$\Delta AA_2B'$  और  $\Delta AA_3B$ , में

$\angle A_2AB' = \angle A_3AB$  उभयनिष्ट

$\angle AA_2B' = \angle AA_3B$

संगत कोण समांतर कसौटी

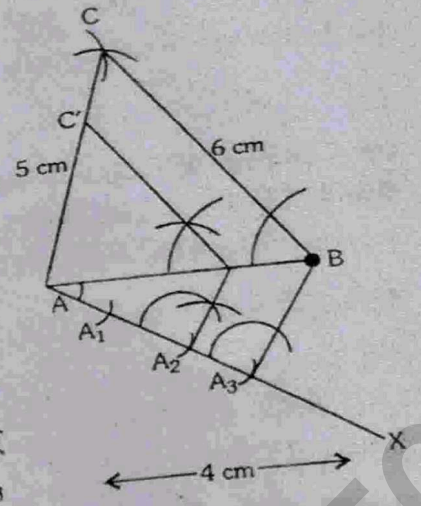
$\therefore \Delta AA_2B' \approx \Delta AA_3B$  कोण कोण

$\Rightarrow \frac{AB'}{AB} = \frac{AA_2}{AA_3}$

$\Rightarrow \frac{AB'}{AB} = \frac{AA_2}{AA_3}$

$\Rightarrow \frac{AB'}{AB} = \frac{2}{3}$  ... (ii)

समी (i) व (ii)





32 / जी.पी.एच. प्रश्न बैंक

$$\frac{AB'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{AC'}{AC} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow AB' = \frac{2}{3} AB, B'C' = \frac{2}{3} BC, AC' = \frac{2}{3} AC$$

यह रचना न्याय संगत (औचित्यपूर्ण) है।

प्रश्न 4. एक त्रिभुज ABC बनाइए जिसमें BC = 6 cm, AB = 5 cm और  $\angle ABC = 60^\circ$  हो। फिर एक त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसकी भुजाएँ  $\triangle ABC$  की संगत भुजाओं की  $\frac{3}{4}$  गुनी हों।

हल- अभीष्ट  $\triangle A'BC'$  को जिसकी भुजाएँ  $\triangle ABC$  की

संगत भुजाओं का  $\frac{3}{4}$  गुना हो

निम्न प्रकार बना सकते हैं:

रचना के पद: सर्वप्रथम  $\triangle ABC$  बनाया जिसमें भुजा BC = 6 सेमी AB = 5 सेमी एवं  $\angle ABC = 60^\circ$  है।

(ii) B से कोई रेखा BC के नीचे की ओर BX खींचिए

(ii) रेखा BX पर चार बिंदु

$B_1, B_2, B_3, B_4$  अंकित किए।

(iv)  $B_4C$  को मिलाया एवं  $B_3$  से रेखा बनाई जो  $B_4C$  के समान्तर हो एवं BC को  $C'$  पर प्रतिच्छेद करती है।

(v)  $C'$  से रेखा खींची जो AC के समान्तर हो एवं AB का  $A'$  पर प्रतिच्छेद करती है इस प्रकार अभीष्ट  $\triangle A'BC'$  की रचना हुई।

औचित्य- सिद्धान्त द्वारा यह रचना न्यायसंगत कर सकते हैं।

$$A'B = \frac{3}{4} AB, BC' = \frac{3}{4} BC, A'C' = \frac{3}{4} AC$$

$\triangle A'BC'$  और  $\triangle ABC$ , में,

$$\angle A'C'B = \angle ACB$$

$$\angle A'BC' = \angle ABC$$

संगत कोण

उभयनिष्ठ

$\therefore \triangle A'BC' \approx \triangle ABC$  कोण-कोण समानता कसौटी:

$$\Rightarrow \frac{A'B}{AB} = \frac{BC'}{BC} = \frac{A'C'}{AC} \quad \dots(i)$$

$\triangle BB_3C'$  और  $\triangle BB_4C$ , में,

$$\angle B_3BC' = \angle B_4BC$$

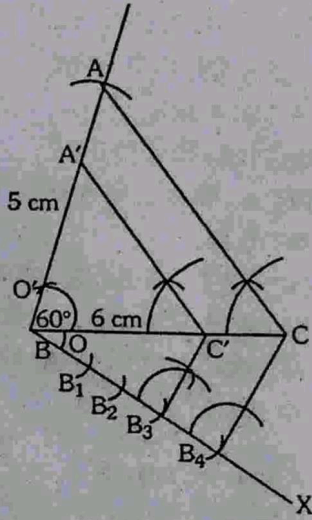
$$\angle BB_3C' = \angle BB_4C$$

उभयनिष्ठ

संगत कोण

$\therefore \triangle BB_3C' \approx \triangle BB_4C$  कोण-कोण समानता कसौटी

$$\Rightarrow \frac{BC'}{BC} = \frac{BB_3}{BB_4} \Rightarrow \frac{B'C'}{BC} = \frac{3}{4} \quad \dots(ii)$$



समी (i) और समी (ii) से

$$\frac{A'B}{AB} = \frac{BC'}{BC} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{3}{4}$$

$$A'B = \frac{3}{4} AB, BC' = \frac{3}{4} BC, A'C' = \frac{3}{4} AC$$

यह रचना न्याय संगत (औचित्य पूर्ण) है।

प्रश्न 5. एक दिए गए त्रिभुज ABC के समरूप एक त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसकी भुजाएँ त्रिभुज ABC की संगत भुजाओं की  $\frac{5}{3}$  हों।

हल- एक त्रिभुज ABC दिया गया है। हमें एक त्रिभुज की रचना करनी है, जिसकी भुजाएँ  $\triangle ABC$  की संगत भुजाओं की  $\frac{5}{3}$  हों।

रचना के चरण:

1. BC से शीर्ष A के दूसरी ओर न्यूनकोण बनाती हुई एक किरण BX खींचिए।

2.  $5 (\frac{5}{3}$  में 5 और 3 में से बड़ी संख्या) बिंदु  $B_1, B_2, B_3, B_4$  और  $B_5$  BX पर इस प्रकार अंकित कीजिए कि  $BB_1 = B_1B_2 = B_2B_3 = B_3B_4 = B_4B_5$  हो।

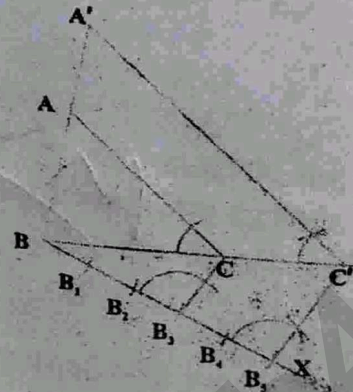
3.  $B_3$  (तीसरा बिंदु,  $\frac{5}{3}$  में 5 और 3 में से छोटी संख्या) को C से मिलाइए और  $B_5$  से होकर जाने वाली  $B_3C$  के समांतर एक रेखा, बढ़ाए गए रेखाखंड BC को  $C'$  पर प्रतिच्छेद करती हुई खींचिए।

4.  $C'$  से होकर जाने वाली  $CA$  के समांतर एक रेखा, बढ़ाने पर रेखाखंड BA को  $A'$  पर प्रतिच्छेद करती हुई खींचिए (देखिए आकृति)।

तब,  $\triangle A'BC'$  अभीष्ट त्रिभुज है।

रचना के औचित्य सिद्ध करने के लिए, ध्यान कीजिए  $\triangle ABC \sim \triangle A'BC'$  (क्यों?)

$$\text{इसलिए } \frac{AB}{A'B} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{BC'} \text{ है।}$$



आकृति 11.4

हल-  $\frac{BC}{BC'} = \frac{BB_3}{BB_5} = \frac{3}{5}$  है।

इसलिए  $\frac{BC'}{BC} = \frac{5}{3}$  है और इसीलिए  $\frac{A'B}{AB} = \frac{A'C'}{AC}$   
 $\frac{BC'}{BC} = \frac{5}{3}$  है।

प्रश्न 6. 5cm, 6cm और 7cm भुजाओं वाले एक त्रिभुज की रचना कीजिए और फिर इसके समरूप एक अन्य त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसकी भुजाएँ दिए हुए त्रिभुज की संगत भुजाओं की  $\frac{7}{5}$  गुनी हों।

हल- रचना के पद- (i) सर्वप्रथम रेखाखण्ड AB = 5 सेमी बनाते हैं इसके बाद बिंदु A से 6 सेमी व बिंदु B से 7 सेमी के चाप काटते Q जो एक दूसरे को बिंदु C पर प्रतिच्छेद करते हैं इस प्रकार  $\Delta ABC$  की रचना हुई।

(ii) A से कोई कोण बनाती हुई एवं रेखा AB के नीचे की ओर AX खींचिए।

(iii) रेखा AX पर पाँच बिंदु,  $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5$  इस प्रकार बनाते हैं कि  $AA_1 = A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4 = A_4A_5 = A_5A_6 = A_6A_7$ ।

(iv)  $BA_5$  को मिलाया एवं बिंदु  $A_7$  से  $BA_5$  के समान्तर रेखा खींची जो AB को  $B'$  पर काटती है।

(v) बिंदु  $B'$  से BC के समान्तर रेखा बनाई जो रेखाखण्ड AC को  $C'$  पर काटती है इस प्रकार अभीष्ट  $\Delta AB'C'$  की रचना हुई।  
 औचित्य- सिद्धान्त द्वारा यह रचना न्याय संगत (औचित्यपूर्ण) कर सकते हैं-

$AB' = \frac{7}{5} AB, B'C' = \frac{7}{5} BC, AC' = \frac{7}{5} AC$

$\Delta ABC$  और  $\Delta AB'C'$  में

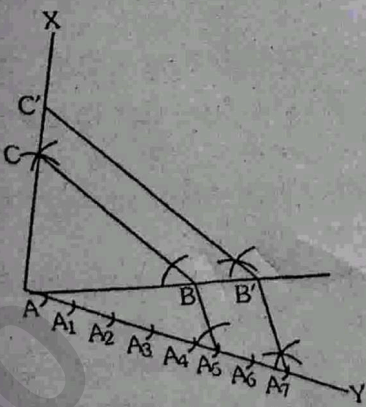
$\angle ABC = \angle AB'C'$

$\angle BAC = \angle B'AC'$

संगत कोण

उभयनिष्ठ

$\therefore \Delta ABC \approx \Delta AB'C'$  कोण-कोण समान्तर कसौटी



$\Rightarrow \frac{AB}{AB'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{AC'}$

$\Delta AA_5B$  और  $\Delta AA_7B'$  में

$\angle A_5AB = \angle A_7AB'$

$\angle AA_5B = \angle AA_7B'$

$\therefore \Delta AA_5B \approx \Delta AA_7B'$

कोण-कोण समान्तर कसौटी

उभयनिष्ठ

संगत कोण

$\Rightarrow \frac{AB}{AB'} = \frac{AA_5}{AA_7} \Rightarrow \frac{AB}{AB'} = \frac{5}{7}$  ... (ii)

सभी (i) व (ii) की तुलना करने पर

$\frac{AB}{AB'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{AC'} = \frac{5}{7}$

$AB' = \frac{7}{5} AB, B'C' = \frac{7}{5} BC, AC' = \frac{7}{5} AC$

यह रचना न्यायसंगत (औचित्यपूर्ण) है।

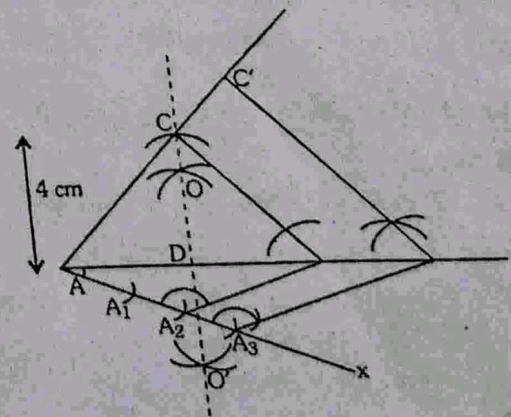
प्रश्न 7. आधार 8 cm तथा ऊँचाई 4 cm के एक समद्विबाहु त्रिभुज की रचना कीजिए और फिर एक अन्य त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसकी भुजाएँ इस समद्विबाहु त्रिभुज की

संगत भुजाओं की  $1\frac{1}{2}$  गुनी हों।

हल- माना कि समद्विबाहु त्रिभुज ABC में  $CA = CB$  एवं आधार  $AB = 8$  cm व ऊँचाई  $AD = 4$  cm रचना के पद (i) सर्वप्रथम रेखाखण्ड  $AB = 8$  सेमी खींचिए। इसके बाद समान त्रिज्या के चाप बिंदु A व B से दोनों ओर खींचे जो एक दूसरे को क्रमशः  $O$  व  $O'$  पर काटते हैं माना  $OO'$   $AB$  को  $D$  बिंदु पर काटते हैं। (ii) बिंदु  $D$  को केन्द्र मानकर 4 सेमी का चाप काटा जो  $OO'$  की बढ़ाने पर बिंदु  $C$  पर काटता है इस प्रकार समद्विबाहु त्रिभुज  $ABC$  बना जिसमें ऊँचाई  $CD, 4$  सेमी व आधार  $AB, 8$  सेमी प्राप्त हुआ।

(iii) A से कोई रेखा  $AB$  के नीचे की ओर  $AX$  खींचिए।

(iv) रेखा  $AX$  पर तीन बिंदु  $A_1, A_2, A_3$  इस प्रकार बनाते हैं कि  $AA_1 = A_1A_2 = A_2A_3$



औचित्य- सिद्धान्त द्वारा यह रचना न्याय संगत कर सकते हैं-

$AB' = \frac{3}{2} AB, B'C' = \frac{3}{2} BC, AC' = \frac{3}{2} AC$

... (i)

$\Delta ABC$  और  $\Delta AB'C'$ , में

$\angle ABC = \angle AB'C'$  संगत कोण

$\angle BAC = \angle B'AC'$  उभयनिष्ठ

$\therefore \Delta ABC \approx \Delta AB'C'$  कोण-कोण समानता कसौटी

$$\Rightarrow \frac{AB}{AB'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{AC'} \quad \dots(i)$$

$\Delta AA_2B$  और  $\Delta AA_3B'$ ,

$\angle A_2AB = \angle A_3AB'$  उभयनिष्ठ

$\angle AA_2B = \angle AA_3B'$  संगत कोण

$\therefore \Delta AA_2B \approx \Delta AA_3B'$  कोण-कोण समानता कसौटी

$$\Rightarrow \frac{AB}{AB'} = \frac{AA_2}{AA_3} \Rightarrow \frac{AB}{AB'} = \frac{2}{3} \quad \dots(ii)$$

सभी (i) सभी (ii) की तुलना करने पर

$$\frac{AB}{AB'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{AC'} = \frac{2}{3}$$

$$AB' = \frac{3}{2} AB, B'C' = \frac{3}{2} BC, AC'' = \frac{3}{2} AC$$

यह रचना न्याय संगत (औचित्यपूर्ण) है।

**प्रश्न 8.** एक त्रिभुज ABC बनाइए जिसमें  $BC = 7$  cm,  $\angle B = 45^\circ$ ,  $\angle A = 105^\circ$  हो। फिर एक त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसकी भुजाएँ  $\Delta ABC$  की संगत भुजाओं की  $\frac{4}{3}$  गुनी हों।

हल-

$$\angle B + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

त्रिभुज के अन्त कोणों को का योग  $180^\circ$  होता है

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$105^\circ + 45^\circ + \angle C = 180^\circ$$

$$\angle C = 180^\circ - 150^\circ$$

$$\angle C = 30^\circ$$

अभीष्ट त्रिभुज को निम्नानुसार बनाया जा सकता है:

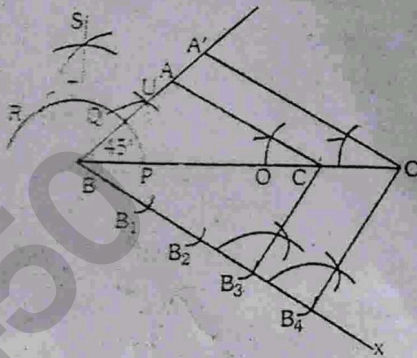
$$\angle C = 180^\circ - 150^\circ$$

$$\angle C = 30^\circ$$

अभीष्ट त्रिभुज को निम्नानुसार बनाया जा सकता है:

रचना के पद:

(i)  $\Delta ABC$  की रचना की जिसमें भुजा  $BC = 7$  सेमी  $\angle B = 45^\circ$  व  $\angle C = 30^\circ$



(ii) A से कोई रेखा BC के नीचे की ओर BX खींचिए।

(iii) रेखा BX पर चार बिंदु  $B_1, B_2, B_3, B_4$  अंकित कीजिए।

(iv)  $B_3C$  को मिलाया एवं  $B_4$  से रेखा खींची जो  $B_3C$  के

समान्तर है। एवं इसे आगे बढ़ाने पर BC को C' पर काटती है।

(v) बिंदु  $B_3$  से, AC के समान्तर रेखा खींची जिसे आगे बढ़ाकर BC को C' पर काटती है।

इस प्रकार अभीष्ट त्रिभुज  $\Delta A'BC'$  की रचना हुई।

औचित्य- सिद्धान्त द्वारा यह रचना न्याय संगत कर सकते हैं।

$$A'B = \frac{4}{3} AB, BC' = \frac{4}{3} BC, A'C' = \frac{4}{3} AC$$

$\Delta ABC$  और  $\Delta A'BC'$ , में

$\angle ABC = \angle A'BC'$  उभयनिष्ठ

$\angle ACB = \angle A'C'B$  संगत कोण

$\therefore \Delta ABC \approx \Delta A'BC'$  कोण-कोण समानता कसौटी

$$\Rightarrow \frac{AB}{A'B} = \frac{BC}{BC'} = \frac{AC}{A'C'} \quad \dots(i)$$

$\Delta BB_3C$  और  $\Delta BB_4C'$ , में,

$\angle B_3BC = \angle B_4BC'$  उभयनिष्ठ

$\angle BB_3C = \angle BB_4C'$  संगत कोण

$\therefore \Delta BB_3C \approx \Delta BB_4C'$  कोण-कोण समानता कसौटी

$$\Rightarrow \frac{BC}{BC'} = \frac{BB_3}{BB_4} \Rightarrow \frac{BC}{BC'} = \frac{3}{4} \quad \dots(ii)$$

सभी (i) व सभी (ii) की तुलना करने पर

$$\frac{AB}{A'B} = \frac{BC}{BC'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{3}{4}$$

$$A'B = \frac{4}{3} AB, BC' = \frac{4}{3} BC, A'C' = \frac{4}{3} AC$$

यह रचना न्याय संगत (औचित्यपूर्ण) है।

**प्रश्न 9.** एक समकोण त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसकी भुजाएँ (कर्ण के अतिरिक्त) 4 cm तथा 3 cm लंबाई की हों। फिर एक अन्य त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसकी

भुजाएँ दिए हुए त्रिभुज की संगत भुजाओं की  $\frac{5}{3}$  गुनी हों।

हल- दिया है: समकोण त्रिभुज जिसकी भुजाएँ 4 सेमी व 3 सेमी हैं।

अभीष्ट त्रिभुज निम्न प्रकार बनाया जा सकता है:

(i) सर्वप्रथम रेखाखण्ड  $AB = 4$  सेमी बनाया व एक रेखा SA, AB से  $90^\circ$  का कोण बनाते हुए खींची।

(ii) बिंदु A से 3 सेमी त्रिज्या का चाप खींचा जो SA को बिंदु C पर प्रतिच्छेद करता है। BC को मिलाया। इस प्रकार अभीष्ट त्रिभुज ABC की रचना हुई।

(iii) बिंदु A से कोई रेखा AB के नीचे की ओर AX खींचिए।

(iv) रेखा AX पर पाँच बिंदु  $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5$

(v)  $A_3B$  को मिलाया एवं  $A_4$  से रेखा खींची जो  $A_3B$  के समान्तर है एवं बड़े हुए रेखाखण्ड  $AB$  को  $B'$  पर प्रतिच्छेद करती है।  
 (ii) बिंदु  $B'$  से  $BC$  के समान्तर रेखा खींची एवं इसे आगे बढ़ाने पर  $AC$  का  $C'$  पर मिलती है। इस प्रकार अभीष्ट त्रिभुज  $AB'C'$  की रचना हुई।  
 औचित्य- सिद्धांत द्वारा यह रचना न्याय संगत कर सकते हैं।

$$AB' = \frac{5}{3} AB, B'C' = \frac{5}{3} BC, AC' = \frac{5}{3} AC$$

$\triangle ABC$  और  $\triangle AB'C'$

$$\angle ABC = \angle AB'C' \text{ संगत कोण।}$$

$$\angle BAC = \angle B'AC' \text{ उभयनिष्ठ}$$

$$\triangle ABC \approx \triangle AB'C' \text{ (कोण-कोण समानता कसौटी है)}$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AB'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{AC'} \quad \dots(i)$$

$\triangle AA_3B$  और  $\triangle AA_5B'$  में

$$\angle A_3AB = \angle A_5AB' \text{ उभयनिष्ठ}$$

$$\angle AA_3B = \angle AA_5B' \text{ संगत कोण}$$

$$\triangle AA_3B \approx \triangle AA_5B' \text{ (कोण-कोण समानता कसौटी)}$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AB'} = \frac{AA_3}{AA_5} \Rightarrow \frac{AB}{AB'} = \frac{3}{5} \quad \dots(ii)$$

सभी (i) व (ii) की तुलना करने पर

$$\frac{AB}{AB'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{AC'} = \frac{3}{5}$$

$$AB' = \frac{5}{3} AB, B'C' = \frac{5}{3} BC, AC' = \frac{5}{3} AC$$

यह रचना न्यायसंगत (औचित्य पूर्ण) है।  $\square$

## अध्याय 12. वृत्तों से संबंधित क्षेत्रफल

प्रश्न 1. सही विकल्प चुनिये:

(1) यदि किसी वृत्त का क्षेत्रफल  $154 \text{ cm}^2$  है तो इसकी परिमाप होगी:

(अ) 11cm (ब) 22cm (स) 44cm (द) 55cm

(2) यदि एक वृत्त का परिमाप और क्षेत्रफल संख्यात्मक रूप से बराबर हैं, तो उस वृत्त की त्रिज्या है:

(अ) 2 मात्रक (ब)  $\pi$  मात्रक (स) 4 मात्रक (द) 7 मात्रक

(3) त्रिज्या R वाले वृत्त के उस त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल जिसका कोण  $P^\circ$  है, निम्नलिखित है:

(अ)  $\frac{P}{180} \times 2\pi R$  (ब)  $\frac{P}{180} \times \pi R^2$

(स)  $\frac{P}{360} \times 2\pi R$  (द)  $\frac{P}{720} \times 2\pi R^2$

उत्तर- 1.(स), 2.(अ), 3.(द)।

प्रश्न 2. रिक्त स्थान की पूर्ति कीजिये:

(1) यदि वृत्त का क्षेत्रफल  $4\pi$  वर्ग सेमी. है, तो उसकी त्रिज्या ..... होगी।

उत्तर- 1. 2 सेमी,

प्रश्न 3. सत्य/असत्य लिखिए:

(1) वृत्त की परिधि  $= 2\pi r$  होती है, जहाँ r वृत्त की त्रिज्या है।

(2) वृत्त का क्षेत्रफल  $= \pi r^2$  होता है, जहाँ r वृत्त की त्रिज्या है।

(3) वृत्त के त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल  $= \pi r^2 \frac{\theta}{360^\circ}$  होता है, जहाँ

r वृत्त की त्रिज्या तथा  $\theta$  केंद्र पर अंतरित कोण है।

उत्तर- 1. सत्य, 2. सत्य, 3. सत्या।

प्रश्न 4. एक शब्द/वाक्य में उत्तर दीजिए:

(1) वृत्त के क्षेत्रफल का सूत्र लिखिए।

(2) वृत्त के त्रिज्यखंड का सूत्र लिखिए।

उत्तर- 1. वृत्त का क्षेत्रफल  $= \pi r^2$  होता है, जहाँ r वृत्त की त्रिज्या है।

2. वृत्त के त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल  $= \pi r^2 \frac{\theta}{360^\circ}$  होता है, जहाँ

r वृत्त की त्रिज्या तथा  $\theta$  केन्द्र पर अंतरित कोण है।

प्रश्न 5. एक वृत्ताकार खेत पर ₹ 24 प्रति मीटर की दर से बाड़ लगाने का व्यय ₹ 5280 है। इस खेत की ₹ 0.50 प्रति वर्ग मीटर की दर से जुताई कराई जानी है। खेत की

जुताई कराने का व्यय ज्ञात कीजिए। ( $\pi = \frac{22}{7}$  लीजिए)

हल- बाड़ की लंबाई (मीटर में)

$$= \frac{\text{पूरा व्यय}}{\text{दर}} = \frac{5280}{24} = 220$$

अतः, खेत की परिधि  $= 220 \text{ m}$

इसलिए यदि खेत की त्रिज्या r मीटर है, तो  $2\pi r = 220$

$$\text{या } 2 \times \frac{22}{7} \times r = 220$$

$$\text{या } r = \frac{220 \times 7}{2 \times 22} = 35$$

अर्थात् खेत की त्रिज्या 35 मीटर है।

$$\text{अतः खेत का क्षेत्रफल} = \pi^2 r = \frac{22}{7} \times 35 \times 35 \text{ m}^2$$

$$= 22 \times 5 \times 35 \text{ m}^2$$

अब  $1 \text{ m}^2$  खेत की जुताई का व्यय  $= ₹ 0.50$

$$\text{अतः खेत की जुताई कराने का कुल व्यय} = 22 \times 35 \times 0.50 = ₹ 1925$$

प्रश्न 6. दो वृत्तों की त्रिज्याएँ क्रमशः 19 cm और 9 cm हैं। उस वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए जिसकी परिधि इन दोनों वृत्तों की परिधियों के योग के बराबर है।

हल- दिया है पहले वृत्त की त्रिज्या ( $r_1$ ) = 10 cm

दूसरे वृत्त की त्रिज्या ( $r_2$ ) = 9cm

माना कि तीसरे वृत्त की त्रिज्या  $= r$

$$\text{पहले वृत्त का परिमाप} = 2\pi r_1 = 2\pi(19) = 38\pi$$

$$\text{दूसरे वृत्त का परिमाप} = 2\pi r_2 = 2\pi(9) = 18\pi$$

$$\text{तीसरे वृत्त का परिमाप} = 2\pi r$$

36 / जी.पी.एच. प्रश्न बैंक

प्रश्नानुसार तीसरे वृत्त का परिमाण

$$= \text{पहले वृत्त का परिमाण} + \text{दूसरे वृत्त का परिमाण}$$

$$\Rightarrow 2\pi r = 38\pi + 18\pi \Rightarrow 2\pi r = 56\pi$$

$$\Rightarrow r = \frac{56\pi}{2\pi} = 28$$

इस प्रकार उस वृत्त की त्रिज्या 28 cm है, जिसकी परिधि इन दोनों वृत्तों की परिधियों के योग के बराबर है। उत्तर- 28 cm

प्रश्न 7. दो वृत्तों की त्रिज्याएँ क्रमशः 8 cm और 6 cm हैं। उस वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए जिसका क्षेत्रफल इन दोनों वृत्तों के क्षेत्रफलों के योग के बराबर है।

हल- पहले वृत्त की त्रिज्या ( $r_1$ ) = 8 cm

दूसरे वृत्त की त्रिज्या ( $r_2$ ) = 6 cm

माना कि तीसरे वृत्त की त्रिज्या =  $r$

$$\text{पहले वृत्त का क्षेत्रफल} = \pi r_1^2 = \pi (64) = 64\pi$$

$$\text{दूसरे वृत्त का क्षेत्रफल} = \pi r_2^2 = \pi (36) = 36\pi$$

$$\text{तीसरे वृत्त का क्षेत्रफल} = \pi r^2$$

प्रश्नानुसार तीसरे वृत्त का क्षेत्रफल

$$= \text{पहले वृत्त का क्षेत्रफल} + \text{दूसरे वृत्त का क्षेत्रफल}$$

$$\Rightarrow \pi r^2 = 64\pi + 36\pi \Rightarrow \pi^2 = 100\pi$$

$$\Rightarrow 4 = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$$

इस प्रकार वृत्त की त्रिज्या 10 cm है, जिसका क्षेत्रफल इन दोनों वृत्तों के क्षेत्रफलों के योग के बराबर है। उत्तर- 10 cm

प्रश्न 8. किसी कार के प्रत्येक पहिए का व्यास 80 cm है। यदि यह कार 66 km प्रति घंटे की चाल से चल रही है, तो 10 मिनट में प्रत्येक पहिया कितने चक्कर लगाता है?

हल- पहिए का व्यास = 80 cm

पहिए की त्रिज्या ( $r$ ) = 40 cm

पहिए की परिधि =  $2\pi r = 2\pi (40) = 80\pi$  cm

कार की चाल = 66 km/hour

$$= \frac{66 \times 10000}{60} \text{ cm/min}$$

$$10 \text{ मिनट में कर द्वारा तय दूरी} = 110000 \times 10 = 1100000 \text{ cm}$$

माना कि मिनट में प्रत्येक पहिया कुल  $n$  चक्कर लगाता है।

इसलिए,  $n \times$  एक चक्कर में तय दूरी (परिधि) = 10 मिनट में कर द्वारा तय दूरी

$$n \times 80\pi = 1100000$$

$$n = \frac{1100000 \times 7}{80 \times 22}$$

$$= \frac{35000}{8} = 4375$$

$\therefore$  10 मिनट में प्रत्येक पहिया 4375 चक्कर लगाती है।

उत्तर- 4375 चक्कर

प्रश्न 9. त्रिज्या 4 cm वाले एक वृत्त के त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिसका कोण  $30^\circ$  है। साथ ही,

संगत दीर्घ त्रिज्यखंड का भी क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल- दिया हुआ त्रिज्यखंड OAPB है (देखिए आकृति) त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल

$$= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$$

$$= \frac{30}{360} \times 3.14 \times 4 \times 4 \text{ cm}^2$$

$$= \frac{12.56}{3} \text{ cm}^2 = 4.19 \text{ cm}^2$$

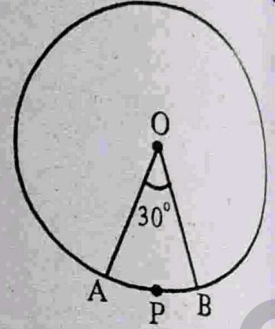
(लगभग)

संगत दीर्घ त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल

$$= \pi r^2 - \text{त्रिज्यखंड OAPB का क्षेत्रफल}$$

$$= (3.14 \times 16 - 4.19) \text{ cm}^2$$

$$= 46.05 \text{ cm}^2 = 46.1 \text{ cm}^2 \text{ (लगभग)}$$



प्रश्न 10. 6 cm त्रिज्या वाले एक वृत्त के एक त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिसका कोण  $60^\circ$  है।

हल- दिया है: कोण  $\theta = 60^\circ$ , त्रिज्या ( $r$ ) = 6 cm वृत्त के त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल = ?

जैसा कि हम जानते हैं कि त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल

$$= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$$

$$\therefore \text{त्रिज्यखंड OACB का क्षेत्रफल} = \frac{60^\circ}{360} \times \frac{22}{7} (6)^2$$

$$= \frac{1}{6} \times \frac{22}{7} \times 6 \times 6 = \frac{132}{7} \text{ cm}^2 \text{ उत्तर}$$

प्रश्न 11. एक वृत्त के चतुर्थांश का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी परिधि 22 cm है।

हल- दिया है- वृत्त की परिधि = 22 cm त्रिज्या  $r = ?$

$$\text{परिधि} = 22 \text{ cm} \quad \therefore 2\pi r = 22$$

$$r = \frac{22}{2\pi} = \frac{11}{\pi}$$

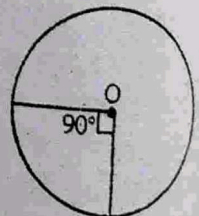
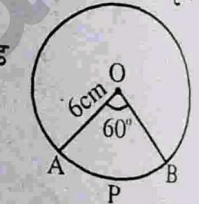
वृत्त का चतुर्थांश वृत्त केन्द्र पर  $90^\circ$  का कोण अंतरित करता है।

$$\therefore \text{चतुर्थांश का क्षेत्रफल} = \frac{90^\circ}{360} \times \pi r^2$$

$$= \frac{1}{4} \times \pi \left(\frac{11}{\pi}\right)^2 = \frac{1}{4} \times \pi \times \frac{11}{\pi} \times \frac{11}{\pi} = \frac{121}{4\pi}$$

$$\frac{121 \times 7}{4 \times 22} = \frac{77}{8} \text{ cm}^2$$

प्रश्न 12. एक घड़ी की मिनट की सुई जिसकी लंबाई 14 cm है। इस सुई द्वारा 5 मिनट में रचित क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



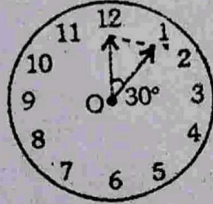
हल- जैसा कि हम जानते हैं कि मिनट की सुई 1 घंटे में  $360^\circ$  का कोण बनाती है।

इस प्रकार मिनट में बनाया गया कोण =  $\frac{360^\circ}{60} \times 5 = 30^\circ$   
 अतः इस सुई द्वारा 5 मिनट में रचित क्षेत्रफल =  $30^\circ$  के त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल

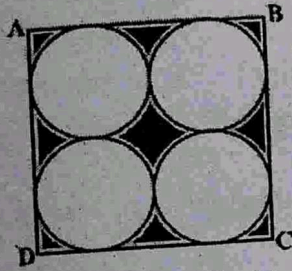
$$= \frac{30^\circ}{360^\circ} \times \pi r^2$$

$$= \frac{1}{12} \times \pi (14)^2$$

$$= \frac{1}{12} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 = \frac{154}{3} \text{ cm}^2 \quad \text{-उत्तर}$$

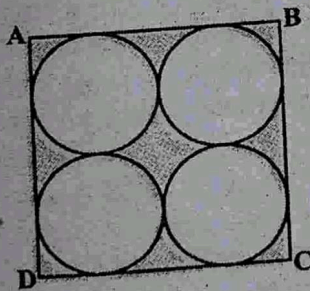


प्रश्न 13. आकृति में छायांकित क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जहाँ ABCD भुजा 14 cm का एक वर्ग है।



हल- वर्ग ABCD का क्षेत्रफल =  $14 \times 14 \text{ cm}^2 = 196 \text{ cm}^2$

प्रत्येक वृत्त का व्यास =  $\frac{14}{2} \text{ cm} = 7 \text{ cm}$



आकृति

इसलिए प्रत्येक वृत्त की त्रिज्या =  $\frac{7}{2} \text{ cm}$

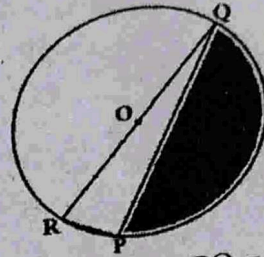
अतः एक वृत्त का क्षेत्रफल =  $\pi r^2 = \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \text{ cm}^2$   
 $= \frac{154}{4} \text{ cm} = \frac{77}{2} \text{ cm}^2$

इसलिए चारों वृत्तों का क्षेत्रफल =  $4 \times \frac{77}{2} \text{ cm}^2 = 154 \text{ cm}^2$

अतः छायांकित क्षेत्र का क्षेत्रफल =  $(196 - 154) \text{ cm}^2$   
 $= 42 \text{ cm}^2$

प्रश्न 14. आकृति में छायांकित क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात

कीजिए, यदि  $PQ = 24 \text{ cm}$ ,  $PR = 7 \text{ cm}$  तथा O वृत्त का केंद्र है।



हल- OR व्यास है इस प्रकार  $\angle RPQ = 90^\circ$   
 $\therefore$  अर्द्धवृत्त में बना कोण समकोण होता है।  
 $\Delta PQR$  (पाइथागोरस प्रमेय से)

$$RP^2 + PQ^2 = RQ^2$$

$$(7)^2 + (24)^2 = RQ^2$$

$$\Rightarrow RQ^2 = 576 + 49 = 625$$

$$\Rightarrow RQ = \sqrt{625} = 25$$

$\therefore$  वृत्त की त्रिज्या =  $RQ/2 = 25/2 \text{ cm}$

छायांकित भाग का क्षेत्रफल = अर्द्धवृत्त का क्षेत्रफल -  $\Delta PQR$  का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} \times \pi r^2 - \frac{1}{2} \times PR \times PQ$$

$$= \frac{1}{2} \times \pi \left(\frac{25}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} \times 7 \times 24$$

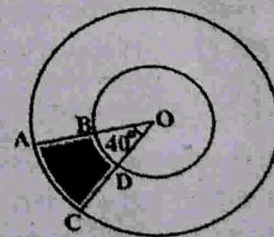
$$= \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times \frac{55}{2} \times \frac{25}{2} - 7 \times 12$$

$$= \frac{6875}{28} - 84$$

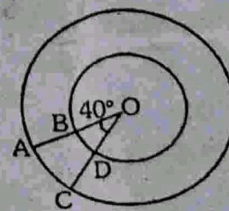
$$= \frac{6875 - 2352}{28} = \frac{4523}{28} \text{ cm}^2$$

उत्तर

प्रश्न 15. आकृति में छायांकित क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, यदि केंद्र O वाले दोनों संकेन्द्रीय वृत्तों की त्रिज्याएँ क्रमशः 7 cm और 14 cm हैं तथा  $\angle AOC = 40^\circ$  है।



हल- दिया है: छोटे वृत्त की त्रिज्या = 7 cm,  
 बड़े वृत्त की त्रिज्या = 14 cm



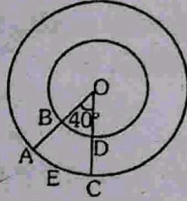
38 / जी.पी.एच. प्रश्न बैंक

छायांकित भाग का क्षेत्रफल = त्रिज्य खण्ड OAFC का क्षेत्रफल  
- त्रिज्य खण्ड OBED का क्षेत्रफल

$$= \frac{40^\circ}{360^\circ} \times \pi(14)^2 - \frac{40^\circ}{360^\circ} \times \pi(7)^2$$

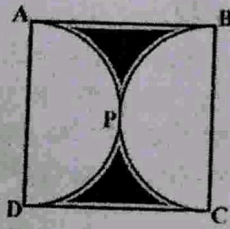
$$= \frac{1}{9} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 - \frac{1}{9} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7$$

$$= \frac{616}{9} - \frac{154}{9} = \frac{462}{9} = \frac{154}{3} \text{ cm}^2 \quad \text{उत्तर}$$

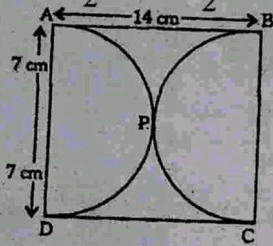


प्रश्न 16. अकृति में छायांकित क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, यदि ABCD भुजा 14 cm का एक वर्ग है तथा APD और BPC दो अर्धवृत्त हैं।

हल- वर्ग की भुजा 14 cm है, अतः अर्धवृत्त की त्रिज्या 7 cm होगी।



अर्धवृत्त का क्षेत्रफल =  $\frac{1}{2} \times \pi r^2 = \frac{1}{2} \times \pi(7)^2$



$$= \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 = 77 \text{ cm}^2$$

वर्ग का क्षेत्रफल = (भुजा)<sup>2</sup> = (14)<sup>2</sup> = 196 m<sup>2</sup>

छायांकित भाग का क्षेत्रफल = वर्ग का क्षेत्रफल - अर्धवृत्तों का क्षेत्रफल = 196 - 2 × 77 = 196 - 154 = 42 cm<sup>2</sup> □

### अध्याय 13. पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

प्रश्न 1. सत्य/असत्य लिखिए:

(1) अर्धगोले का सम्पूर्ण पृष्ठ  $3\pi r^2$  होता है, जहाँ r अर्धगोले की त्रिज्या है।

(2) शंकु का आयतन  $\frac{1}{3}\pi r^2 h$  होता है, जहाँ r आधार की त्रिज्या एवं h शंकु की ऊँचाई है।

उत्तर- 1. सत्य, 2. सत्य

प्रश्न 2. एक शब्द/वाक्य में उत्तर दीजिए:

(1) घनाभ के सम्पूर्ण पृष्ठ का सूत्र लिखिए।

(2) घनाभ के आयतन का सूत्र लिखिए।

(3) गोले के सम्पूर्ण पृष्ठ का सूत्र लिखिए।

(4) गोले के आयतन का सूत्र लिखिए।

(5) अर्धगोले के वक्रपृष्ठ का सूत्र लिखिए।

(6) अर्धगोले के सम्पूर्ण पृष्ठ का सूत्र लिखिए।

(7) अर्धगोले के आयतन का सूत्र लिखिए।

(8) बेलन के वक्रपृष्ठ का सूत्र लिखिए।

(9) बेलन के सम्पूर्ण पृष्ठ का सूत्र लिखिए।

(10) बेलन के आयतन का सूत्र लिखिए।

(11) शंकु के वक्रपृष्ठ का सूत्र लिखिए।

(12) शंकु के सम्पूर्ण पृष्ठ का सूत्र लिखिए।

(13) शंकु के आयतन का सूत्र लिखिए।

उत्तर- 1. घनाभ का सम्पूर्ण पृष्ठ =  $2(lb + bh + hl)$  होता

जहाँ l, b, h क्रमशः घनाभ की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई

2. घनाभ का आयतन = lbh होता है, जहाँ l, b, h क्रमशः घनाभ की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई हैं।

3. गोले का सम्पूर्ण पृष्ठ =  $4\pi r^2$  होता है, जहाँ r गोले की त्रिज्या

4. गोले का आयतन =  $\frac{4}{3}\pi r^3$  होता है, जहाँ r गोले की त्रिज्या

5. अर्धगोले का वक्र पृष्ठ =  $2\pi r^2$  होता है, जहाँ r अर्धगोले

6. अर्धगोले का सम्पूर्ण पृष्ठ =  $3\pi r^2$  होता है, जहाँ r अर्धगोले

7. अर्धगोले का आयतन =  $\frac{2}{3}\pi r^3$  होता है, जहाँ r अर्धगोले

8. बेलन का वक्र पृष्ठ =  $2\pi rh$  होता है, जहाँ r एवं h क्रमशः

9. बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठ =  $2\pi r(r + h)$  होता है, जहाँ r एवं h क्रमशः

10. बेलन का आयतन =  $\pi r^2 h$  होता है, जहाँ r एवं h क्रमशः

11. शंकु का वक्र पृष्ठ =  $\pi r l$  होता है, जहाँ r एवं l क्रमशः शंकु

12. शंकु का सम्पूर्ण पृष्ठ =  $\pi r(r + l)$  होता है, जहाँ r एवं l क्रमशः

13. शंकु का आयतन =  $\frac{1}{3}\pi r^2 h$  होता है, जहाँ r एवं h क्रमशः

शंकु के आधार की त्रिज्या एवं शंकु की ऊँचाई हैं।

प्रश्न 3. दो घनों, जिनमें से प्रत्येक का आयतन 64 cm<sup>3</sup> है

के संलग्न फलकों को मिलाकर एक ठोस बनाया जाता है

इससे प्राप्त घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

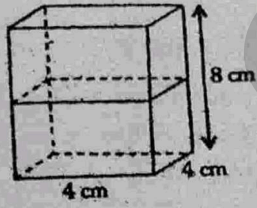
हल- दिया है-

घन का आयतन = 64 सेमी<sup>3</sup>

(भुजा)<sup>3</sup> = 64 सेमी<sup>3</sup>

भुजा = 4 सेमी

यदि घनों के संलग्न फलकों को मिलया जाता है तो प्राप्त घनाभ की भुजाएँ 4 सेमी, 4 सेमी, 8 सेमी होगी।  
घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल = ?



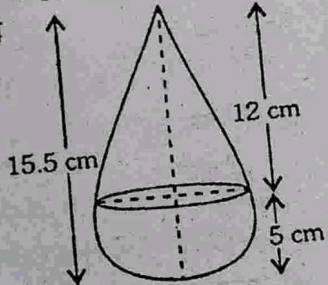
$$= 2(lb + bh + hl)$$

$$\text{सूत्र में मान रखने पर} = 2(4 \times 4 + 4 \times 8 + 4 \times 8)$$

$$= 2(16 + 32 + 32) = 2(80) = 160 \text{ सेमी}^2$$

घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल = 160 मी<sup>2</sup>  
उत्तर  
प्रश्न 4. एक खिलौना त्रिज्या 3.5 cm वाले एक शंकु के आकार का है, जो उसी त्रिज्या वाले एक अर्धगोले पर अध्यारोपित है। इस खिलौने की सम्पूर्ण ऊँचाई 15.5 cm है। इस खिलौने का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल- दिया है: शंकु की त्रिज्या = 3.5 सेमी  
शंकु की ऊँचाई = 15.5 - 3.5 = 12 सेमी  
अर्धगोले की त्रिज्या = 3.5 सेमी  
शंकु की तीर्यक ऊँचाई (l)



$$= \sqrt{r^2 + h^2}$$

सूत्र का मान रखने पर

$$= \sqrt{(3.5)^2 + (12)^2}$$

$$= \sqrt{12.25 + 144} = 12.5$$

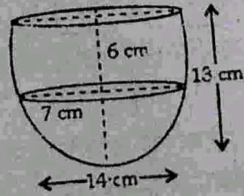
खिलौने का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = ?

खिलौने का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = शंकु का वक्रपृष्ठ + अर्धगोले का वक्रपृष्ठ =  $\pi r l + 2\pi r^2$

मान रखने पर =  $\frac{22}{7} \times 3.5 \times 12.5 + 2 \times \frac{22}{7} \times 3.5^2$

$$= 137.5 + 77 = 214.5 \text{ सेमी}^2$$

खिलौने का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = 572 सेमी<sup>2</sup>  
उत्तर  
प्रश्न 5. कोई बर्तन एक खोखले अर्धगोले के आकार का है जिससे ऊपर एक खोखला बलन अध्यारोपित है। अर्धगोले का व्यास 14 cm है और इस बर्तन (पात्र) की कुल ऊँचाई 13 cm है। इस बर्तन का आंतरिक पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।  
हल- दिया है :



बेलन की त्रिज्या = 7 सेमी  
बेलन की ऊँचाई = 13 - 7 = 8 सेमी.  
अर्धगोले की त्रिज्या = 7 सेमी.

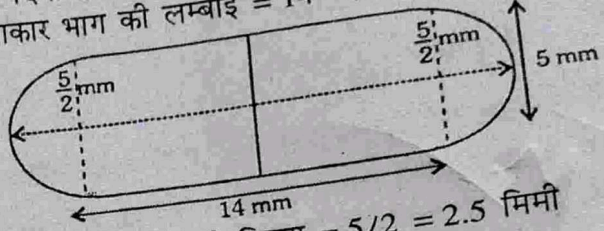
बर्तन का आंतरिक पृष्ठीय क्षेत्रफल = ?  
बर्तन का आंतरिक पृष्ठीय क्षेत्रफल = बेलन का वक्रपृष्ठ + अर्धगोले का वक्रपृष्ठ =  $2\pi r h + 2\pi r^2$

सूत्र में मान रखने पर =  $2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 8 + 2 \times \frac{22}{7} \times 7^2$

$$= 44(8 + 7) = 44 \times 15 = 660 \text{ सेमी}^2$$

बर्तन का आंतरिक पृष्ठीय क्षेत्रफल = 660 सेमी<sup>2</sup>  
उत्तर

प्रश्न 6. दवा का एक कैप्सूल एक बेलन के आकार का है जिसके दोनों सिरों पर एक-एक अर्धगोला लगा हुआ है। पूरे कैप्सूल की लम्बाई 14 mm है और उसका व्यास 5 mm है। इसका पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।  
हल- दिया है: बेलन की त्रिज्या =  $5/2 = 2.5$  मिमी  
बेलनाकार भाग की लम्बाई =  $14 - (2.5 + 2.5) = 9$  मिमी



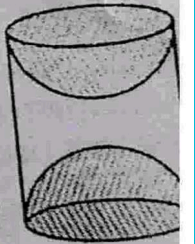
अर्धगोले की त्रिज्या =  $5/2 = 2.5$  मिमी  
कैप्सूल का पृष्ठीय क्षेत्रफल = ?  
ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल = बेलनाकार भाग का वृत्तीय वक्रपृष्ठ + 2 × अर्धगोले वृत्तीय वक्रपृष्ठ

$$= 2\pi r h + 2(2\pi r^2) = 2\pi r h + 4\pi r^2$$

$$= 2\pi(2.5)(9) + 4\pi(2.5)^2 = 45\pi + 25\pi = 70\pi$$

$$= 70 \times \frac{22}{7} = 220 \text{ मिमी}^2$$

कैप्सूल का पृष्ठीय क्षेत्रफल = 220 मिमी<sup>2</sup>  
उत्तर  
प्रश्न 7. लकड़ी के एक ठोस बेलन के प्रत्येक सिरों पर एक अर्धगोला खोदकर निकालते हुए, एक वस्तु बनाई गई है जैसा कि आकृति में दर्शाया गया है। यदि बेलन की ऊँचाई 10 cm है और आधार की त्रिज्या 3.5 cm है तो इस वस्तु का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।  
हल- दिया है: अर्धगोलाकार भाग की त्रिज्या = बेलनाकार भाग की त्रिज्या (r) = 3.5 सेमी  
बेलनाकार भाग की ऊँचाई (h) = 10 मी  
वस्तु का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = बेलनाकार भाग का पृष्ठीय क्षेत्रफल + दोनों अर्धगोलाकार भाग का पृष्ठीय क्षेत्रफल



$$= 2\pi r h + 2 \times 2\pi r^2$$

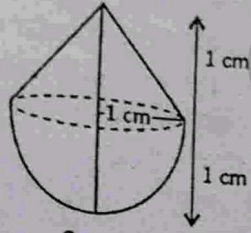
सूत्र में मान रखने पर =  $2\pi \times 3.5 \times 10 + 2 \times 2\pi \times 3.5^2$

$$= 70\pi + 49\pi = 119\pi = 17 \times 7 = 119 \text{ सेमी}^2$$

प्रश्न 8. एक ठोस एक अर्धगोले पर खड़े एक शंकु आकार का है जिनकी त्रिज्याएँ 1 cm हैं तथा शंकु की ऊँचाई उसकी त्रिज्या के बराबर है। इस ठोस का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल- दिया है: शंकु का भाग की ऊँचाई (h) = शंकु का भाग की त्रिज्या (r) = 1 सेमी  
शंकु का भाग की त्रिज्या (r) = अर्धगोलाकार भाग की त्रिज्या (r) = 1 सेमी  
ठोस का आयतन = शंकु का आयतन + अर्धगोले का आयतन





$$= \frac{1}{3} \pi r^2 h + \frac{2}{3} \pi r^3$$

सूत्र में न रखने पर  $= \frac{1}{3} \pi \cdot 1^2 \cdot 2 + \frac{2}{3} \pi \cdot 1^3 = \pi$  सेमी<sup>3</sup> उत्तर

प्रश्न 9. मॉडल बनाने वाली मिट्टी से ऊँचाई 24 cm और आधार त्रिज्या 6 cm वाला एक शंकु बनाया गया है।

हल- शंकु का आयतन  $= \frac{1}{3} \times \pi \times 6 \times 6 \times 24 \text{ cm}^3$

यदि गोले की त्रिज्या  $r$  है तो उसका आयतन  $\frac{4}{3} \pi r^3$  है।

चूँकि शंकु के रूप में और गोले के रूप में मिट्टी के आयतन बराबर है, इसलिए

$$\frac{4}{3} \times \pi \times r^3 = \frac{1}{3} \times \pi \times 6 \times 6 \times 24$$

अर्थात्  $r^3 = 3 \times 3 \times 24 = 3^3 \times 2^3$

अतः  $r = 3 \times 2 = 6$

इसलिए, गोले की त्रिज्या 6 cm है।

प्रश्न 10. व्यास 1 cm वाली 8 cm लंबी तांबे की एक छड़ को एकसमान चौड़ाई वाले 18 m लंबे एक तार के रूप में खींचा जाता (बदला जाता) है। तार की मोटाई ज्ञात कीजिए।

### अध्याय 14.

### सांख्यिकी

प्रश्न 1. सही विकल्प चुनिये:

(1) माध्यम, बहुलक एवं माध्य के मध्य संबंध है:

(अ) 3 माध्यक = बहुलक + 2 माध्य

(ब) बहुलक = माध्य + माध्यक

(स) बहुलक = 3 माध्यक + 3 माध्य

प्रश्न 3. किसी फैक्टरी के 50 श्रमिकों की दैनिक मजदूरी के निम्नलिखित बंटन पर विचार कीजिए:

दैनिक मजदूरी (रुपयों में)	100-120	120-140	140-160	160-180	180-20
श्रमिकों की संख्या	12	14	8	6	10

हल- वर्ग चिन्ह  $x_i = \frac{\text{उच्च सीमा} + \text{निम्न सीमा}}{2}$

वर्ग आकार (h) = उच्च सीमा - निम्न सीमा

$$h = 120 - 100 = 20$$

कल्पित माध्य (a) = 150 (मान)

हल- छड़ का आयतन  $= \pi \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 8 \text{ cm}^3 = 2\pi \text{ cm}^3$

समान आयतन वाले तार की लंबाई = 18 m = 1800 cm

तार के अनुप्रस्थ काट (cross-section) की त्रिज्या  $r$  है, त

तार का आयतन  $= \pi \times r^2 \times 1800 \text{ cm}^3$

अतः  $\pi \times r^2 \times 1800 = 2\pi$

अर्थात्  $r^2 = \frac{1}{900}$  अर्थात्  $r = \frac{1}{30} \text{ cm}$

अतः, तार के अनुप्रस्थ काट का व्यास, तार की चौड़ाई  $\frac{1}{15} \text{ cm}$ , अर्थात् 0.67 mm (लगभग) है।

प्रश्न 11. विमाओं  $5.5 \times 10 \text{ cm} \times 3.5 \text{ cm}$  वाला एक घनाभ बनाने के लिए, 1.75 cm व्यास और 2 mm मोटाई वाले कितने चाँदी के सिक्कों को पिघलाना पड़ेगा?

हल- दिया है- चाँदी के सिक्कों की त्रिज्या ( $r$ ) = 1.75/2 = 0.875 सेमी

चाँदी के सिक्कों की ऊँचाई (hr) = 0.2 सेमी

घनाभ की लम्बाई = 5.5 सेमी

घनाभ की चौड़ाई = 10 सेमी

घनाभ की ऊँचाई = 3.5 सेमी

चाँदी के सिक्कों की संख्या (n) = ?

∴ n × चाँदी के एक सिक्के का आयतन = घनाभ का आयतन

$$n \times \pi \times r^2 \times h = l \times b \times h$$

$$n \times \pi \times (0.875)^2 \times 0.2 = 5.5 \times 10 \times 3.5$$

$$n = \frac{5.5 \times 10 \times 3.5 \times 7}{(0.875)^2 \times 0.2 \times 22}$$

चाँदी के सिक्कों की संख्या = 400 उत्तर [

(द) इनमें से कोई नहीं उत्तर- 1.(अ).

प्रश्न 2. एक शब्द/वाक्य में उत्तर दीजिए:

(1) 1,2,3,4,5 का समांतर माध्य क्या होगा।

(2) 2,4,8,7,5,4,9,6,7,1,7 का बहुलक क्या होगा।

उत्तर- (1) 3, (2) 7.

दैनिक मजदूरी (रुपयों में)	श्रमिकों की संख्या	$x_i$	$d_i = x_i - a$	$u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
100-200	12	110	-40	-2	-24
120-140	14	130	-20	-1	-14
140-160	8	150	0	0	0
160-180	6	170	20	1	6
180-200	10	190	40	2	20
योग	$\Sigma f_i = 50$				$\Sigma f_i u_i = 12$

$$\text{माध्य } \bar{x} = a + \frac{h \Sigma f_i u_i}{\Sigma f_i}$$

तालिका से उपरोक्त मान रखने पर =  $150 + \left(\frac{-12}{50}\right)20 = 150 - \frac{24}{5} = 150 - 4.8 = 145.2$

फैक्ट्री के श्रमिकों की माध्य दैनिक मजदूरी = ₹ 145.20

प्रश्न 4. निम्नलिखित सारणी किसी मोहल्ले के 25 परिवारों में भोजन पर हुए दैनिक व्यय को दर्शाती है। उत्तर

दैनिक व्यय (रुपयों में)	100-150	150-200	200-250	250-300	300-350
परिवारों की संख्या	4	5	12	2	2

एक उपयुक्त विधि का प्रयोग करते हुए, भोजन पर हुआ माध्य व्यय ज्ञात कीजिए।

हल-  $x_i = \frac{\text{उच्च सीमा} + \text{निम्न सीमा}}{2}$

वर्ग मान (h) = 50  
कल्पित माध्य (a) = 225 (माना)

दैनिक व्यय (रुपयों में)	$f_i$	$x_i$	$d = x_i - a$	$u = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
100-150	4	-100	-2	-8	-5
150-200	5	175	-50	-1	0
200-250	12	225	0	0	2
250-300	2	275	50	1	4
300-350	2	325	100	2	4
योग	$\Sigma f_i = 25$				$\Sigma f_i u_i = -7$

तालिका से  $\Sigma f_i = 25$   
 $\Sigma f_i u_i = -7$

$$\text{माध्य } \bar{x} = a + \left(\frac{\Sigma f_i u_i}{\Sigma f_i}\right) \times h$$

सूत्र में मान रखने पर =  $225 + \left(\frac{-7}{25}\right) \times (50) = 225 - 14 = 211$

इसलिए भोजन पर हुआ माध्य व्यय = ₹ 211

प्रश्न 5. किसी कक्षा अध्यापिका ने पूरे सत्र के लिए अपनी कक्षा के 40 विद्यार्थियों की अनुपस्थिति निम्नलिखित रूप में रिकॉर्ड की। एक विद्यार्थी जितने दिन अनुपस्थित रहा उनका माध्य ज्ञात कीजिए: उत्तर

दिनों की संख्या	0-6	6-10	10-14	14-20	20-28	28-38	38-40
विद्यार्थियों की संख्या	11	10	7	4	4	3	1

42 / जी.पी.एच. प्रश्न बैंक

हल- वर्ग चिन्ह  $x_i = \frac{\text{उच्च सीमा} + \text{निम्न सीमा}}{2}$

कल्पित माध्य (a) = 17 (माना)

दिनों की संख्या	विद्यार्थियों की संख्या $f_i$	वर्ग चिन्ह (xi)	विचलन (d) = $x_i - a$	$f_i d_i$
0-6	11	3	-14	-154
6-19	10	8	-9	-90
10-14	7	12	-5	-35
14-20	4	17	0	0
20-28	4	24	7	28
28-38	3	33	16	48
38-40	1	39	22	22
<b>योग</b>	$\Sigma f_i = 40$		22	$\Sigma f_i d_i = -181$

तालिका से

$$\Sigma f_i = 40$$

$$\Sigma f_i d_i = -181$$

$$\text{माध्य } \bar{x} = a + \left( \frac{\Sigma f_i d_i}{\Sigma f_i} \right)$$

$$\text{सूत्र में मान रखने पर } = 17 + \left( \frac{-181}{40} \right) = 17 - 4.525 = 12.475 = 12.48$$

जितने दिन विद्यार्थी अनुपस्थित रहा उनका माध्य = 12.48

प्रश्न 6. निम्नलिखित सारणी 35 नगरों की साक्षरता दर (प्रतिशत में) दर्शाती है। माध्य साक्षरता दर ज्ञात कीजिए: उत्तर

साक्षरता दर (% में)	45-55	55-65	65-75	75-85	85-95
नगरों की संख्या	3	10	11	8	3

हल-

वर्ग चिन्ह  $x_i = \frac{\text{उच्च सीमा} + \text{निम्न सीमा}}{2}$

वर्ग मान = 10

कल्पित माध्य (a) = 70 (माना)

साक्षरता दर (% में)	$f_i$	वर्ग चिन्ह $x_i$	विचलन $d_i = x_i - a$	$u = \frac{x - a}{h}$	$f_i u_i$
45-55	3	50	-20	-2	-6
55-65	10	60	-10	-1	-10
65-75	11	70	0	0	0
75-85	8	80	10	1	8
85-95	3	90	20	2	6
<b>योग</b>	$\Sigma f_i = 35$				$\Sigma f_i u_i = -2$

तालिका से

$$\Sigma f_i = 35$$

$$\Sigma f_i u_i = -2$$

$$\text{माध्य } \bar{x} = a + \left( \frac{\Sigma f_i u_i}{\Sigma f_i} \right) \times h$$

सूत्र में मान रखने पर  $= 70 + \left(\frac{-2}{35}\right) \times (10) = 70 - \frac{20}{35} = 70 - \frac{4}{7} = 70 - 0.57 = 69.43$

साक्षरता की दर का माध्य = 69.43%

प्रश्न 7. निम्नलिखित बंटन एक मोहल्ले के बच्चों के दैनिक जेबखर्च दर्शाता है। माध्य जेबखर्च ₹ 18 है। लुप्त बारंबारता ज्ञात कीजिए।

उत्तर

दैनिक जेब भत्ता (रुपयों में)	11-13	13-15	15-17	17-19	19-21	21-23	23-25
बच्चों की संख्या	7	6	9	13	f	5	4

हल- वर्ग चिन्ह  $x_i = \frac{\text{उच्च सीमा} + \text{निम्न सीमा}}{2}$

दैनिक जेब भत्ता (रुपयों में)	बच्चों की संख्या	वर्ग चिन्ह	विचलन $d_i = x_i - 18$	$f_i d_i$
11-13	7	12	-6	-42
13-15	6	14	-4	-24
15-17	9	16	-2	-18
17-19	13	18	0	0
19-21	f	20	2	2f
21-23	5	22	4	20
23-25	4	24	6	24
योग	$\Sigma f_i = 44 + f$			$\Sigma f_i d_i = 2f - 40$

तालिका से  $\Sigma f = 44 + f$   
 $\Sigma f_i d_i = 2f - 40$   
 $\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_i d_i}{\Sigma f}$

सूत्र में मान रखने पर,  
 $18 = 18 + \left(\frac{2f - 40}{44 + f}\right)$   
 $0 = \left(\frac{2f - 40}{44 + f}\right)$   
 $2f - 40 = 0$   
 $2f = 40$   
 $f = 20$

इस प्रकार लुप्त बारंबारता  $f = 20$

उत्तर

प्रश्न 8. विद्यार्थियों के एक समूह द्वारा एक मोहल्ले के 20 परिवारों पर किए गए सर्वेक्षण के परिणामस्वरूप विभिन्न परिवारों के सदस्यों की संख्या से संबंधित निम्नलिखित आँकड़े प्राप्त हुए:

परिवार माप	1-3	3-5	5-7	7-9	9-11
परिवारों की संख्या	7	8	2	2	1

इन आँकड़ों का बहुल ज्ञात कीजिए।

हल- यहाँ, अधिकतम वर्ग बारंबारता 8 है तथा इस बारंबारता

का संगत वर्ग 3-5 है। अतः, बहुलक वर्ग 3-5 है। अब,

बहुलक वर्ग = 3-5, बहुलक वर्ग की निम्न सीमा ( $l$ ) = 3 तथा वर्ग माप ( $h$ ) = 2 है। बहुलक वर्ग की बारंबारता ( $f_1$ ) = 8 बहुलक वर्ग से ठीक पहले वाले वर्ग की बारंबारता ( $f_0$ ) = 7 तथा बहुलक वर्ग के ठीक बाद में आने वाले वर्ग की बारंबारता ( $f_2$ ) = 2 है।

आइए इन मानों को सूत्र में प्रतिस्थापित करें। हमें प्राप्त होता है:

बहुलक  $= l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$   
 $= 3 + \left(\frac{8 - 7}{2 \times 8 - 7 - 2}\right) \times 2 = 3 + \frac{2}{7}$   
 $= 3.286$

अतः, उपरोक्त आँकड़ों का बहुलक 3.286 है।

उत्तर

प्रश्न 9. निम्नलिखित सारणी किसी अस्पताल में एक विशेष वर्ष में हुए रोगियों की आयु को दर्शाती है:

44 / जी.पी.एच. प्रश्न बैंक

आयु (वर्षों में)	5-15	15-25	25-35	35-45	45-55	55-65
रोगियों की संख्या	6	11	21	23	14	5

इन आँकड़ों का बहुलक ज्ञात कीजिए।

$$\text{हल- वर्ग चिन्ह } x_i = \frac{\text{उच्च सीमा} + \text{निम्न सीमा}}{2}$$

$$\text{कल्पित माध्य (a) = 30}$$

आयु वर्षों में	रोगियों की संख्या ( $f_i$ )	वर्ग चिन्ह $x_i$	विचलन $d_i = x_i - a$	$f_i d_i$
5-15	6	10	-20	-120
15-25	11	20	-10	-110
25-35	21	30	0	0
35-45	23	40	10	230
45-55	14	50	20	280
55-65	5	60	30	150
योग	$\Sigma f_i = 80$			$\Sigma f_i d_i = 430$

⇒ तालिका द्वारा अधिकतम बारंबारता ( $f_i$ ) = 23

$$\text{बहुलक वर्ग} = 35 - 45$$

$$\text{बहुलक वर्ग की निम्न सीमा } (f_1) = 35$$

$$\text{बहुलक वर्ग की बारंबारता } (f_i) = 23$$

$$\text{वर्ग की माप } (h) = 10$$

$$\text{बहुलक वर्ग के पहले की बारंबारता } (f_0) = 21$$

$$\text{बहुलक वर्ग के अगले वर्ग की बारंबारता } (f_2) = 14$$

$$\text{बहुलक} = l + \left( \frac{f_i - f_0}{2f_i - f_0 - f_2} \right) \times h$$

उपरोक्त मान सूत्र में रखने पर

$$= 35 + \left( \frac{23 - 21}{2(23) - 21 - 14} \right) \times 10$$

$$= 35 + \left[ \frac{2}{46 - 35} \right] \times 10$$

$$= 35 + \frac{20}{11} = 35 + 1.81 = 36.8$$

उत्तर माध्य = 35.37 वर्ष, बहुलक = 36.8 वर्ष अस्पताल में भर्ती अधिकतम रोगी 36.8 वर्ष आयु (लगभग) के हैं। जबकि औसतन अस्पताल में भर्ती किए गए रोगियों की आयु 35.57 वर्ष है।

प्रश्न 10. किसी स्कूल की कक्षा X की लड़कियों की ऊँचाईयों का एक सर्वेक्षण किया गया और निम्नलिखित आंकड़े प्राप्त किए गए:

ऊँचाई (cm में)	140 से कम	145 से कम	150 से कम	155 से कम	160 से कम	165 से कम
लड़कियों की संख्या	4	11	29	40	46	51

माध्यक ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

उत्तर-

वर्ग अंतराल	बारंबारता	संचयी बारंबारता
140 से कम	4	
140-145	7	4
145-150	18	11
150-155	11	29
155-160	6	40
160-165	5	46
		51

अब  $n = 51$  है। अतः,  $\frac{n}{2} = \frac{51}{2} = 25.5$  यह प्रेक्षण अंतराल 145-150 में आता है। तब

$$l (\text{निम्न सीमा}) = 145,$$

माध्य वर्ग 145-150 के ठीक पहले वर्ग की संचयी बारंबारता

(cf) = 11, माध्यक वर्ग 145-150 की बारंबारता  $f = 18$  तथा वर्ग माप  $h = 5$  है।

$$\text{सूत्र, माध्यक} = l + \left( \frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \right) \times h \text{ का प्रयोग करने पर, हमें प्राप्त होता है:}$$

$$\text{माध्यक} = 145 + \left( \frac{25.5 - 11}{18} \right) \times 5 = 145 + \frac{72.5}{18} = 149.03$$

अतः, लड़कियों की माध्यक ऊँचाई 149.03 cm है। इसका अर्थ है कि लगभग 50% लड़कियों की ऊँचाईयाँ 149.03 cm से कम या उसके बराबर हैं तथा शेष 50% की ऊँचाईयाँ 149.03 cm से अधिक हैं।

प्रश्न 11. यदि नीचे दिए हुए बंटन का माध्यक 28.5 हो तो  $x$  और  $y$  के मान ज्ञात कीजिए:

वर्ग अन्तराल	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	योग
बारंबारता	5	$x$	20	15	$y$	5	60

हल- दिए गए आँकड़ों के द्वारा संचयी बारंबारता की गणना निम्नानुसार

वर्ग अन्तराल	बारंबारता	संचयी बारंबारता
0-10	5	5
10-20	$x$	$5 + x$
20-30	20	$25 + x$
30-40	15	$40 + x$
40-50	$y$	$40 + x + y$
50-60	5	$45 + x + y$
योग	60	

तालिका द्वारा  $n = 60$

$$45 + x + y = 60 \text{ या } x + y = 15 \quad \dots(1)$$

दिए गए आँकड़ों की माध्यक 28.5 है जोकि अन्तराल 20-30 में है।

इसलिए माध्य वर्ग = 20-30

माध्यक वर्ग की निम्न सीमा ( $l$ ) = 20

माध्य वर्ग 20-30 के ठीक पहले वर्ग की संचयी बारंबारता ( $c.f$ ) =  $5 + x$

माध्य वर्ग की बारंबारता ( $f$ ) = 20

वर्ग की माप ( $h$ ) = 10

$$\text{माध्यक} = l + \left[ \frac{\frac{n}{2} - c.f.}{f} \right] \times h$$

$$28.5 = 20 + \left[ \frac{\frac{60}{2} - (5+x)}{20} \right] \times 10$$

$$8.5 = \left( \frac{25-x}{2} \right)$$

$$17 = 25 - x$$

$$x = 8$$

समीकरण (1) से  $8 + y = 15 \Rightarrow y = 7$

अर्थात्

$$x = 8, y = 7$$

## अध्याय 15.

## प्रायिकता

प्रश्न 1. सही विकल्प चुनिये:

(1) किसी घटना के घटित होने की प्रायिकता यदि  $P$  है, तो उसके घटित न होने की प्रायिकता होगी:

- (अ)  $\frac{1}{P}$  (ब)  $\frac{2}{P}$   
(स)  $-P$  (द)  $1-P$

(2) निम्न में से कौन सा मान किसी घटना की प्रायिकता नहीं हो सकती?

- (अ)  $\frac{1}{3}$  (ब) 0.1

- (स) 3% (द)  $\frac{17}{16}$

(3) निम्नलिखित में से कौनसी संख्या किसी घटना की प्रायिकता नहीं हो सकती?

- (अ)  $\frac{2}{3}$  (ब) -1.5 (स) 15% (द) 0.7

उत्तर- 1. (द), 2.(द), 3.(ब)

प्रश्न 2. रिक्त स्थान की पूर्ति कीजिये:

- (1) किसी असंभव घटना की प्रायिकता ..... होती है।  
(2) किसी निश्चित घटना की प्रायिकता ..... होती है।  
(3) प्रायिकता का मान सदैव ..... के बीच होता है।

उत्तर- 1.0, 2.1, 3.0 और 1

प्रश्न 3. सत्य/असत्य लिखिए:

- (1) किसी घटना की प्रायिकता 1 से अधिक हो सकती।  
(2) किसी घटना की प्रायिकता 1 से अधिक होती है।  
(3) किसी घटना की प्रायिकता ऋणात्मक नहीं हो सकती है।

उत्तर- 1. सत्य, 2. असत्य, 3. सत्य।

प्रश्न 4. एक शब्द/वाक्य में उत्तर दीजिए:

- (1) किसी घटना की प्रायिकता और उस घटना के नहीं होने की प्रायिकता का योग कितना होगा?  
(2) किसी असंभव की प्रायिकता कितनी होगी?  
(3) किसी निश्चित घटना की प्रायिकता कितनी होगी?

उत्तर- 1.1, 2.0, 3.1,

प्रश्न 5. एक चित प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए, जब एक सिक्के को एक बार उछाला जाता है। साथ ही,

□ एक पट प्राप्त करने की भी प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

हल- एक सिक्के को एक बार उछालने के प्रयोग में, संभव

46 / जी.पी.एच. प्रश्न बैंक

परिणामों की संख्या 2 है- चित (H) और पट (T)। मान लीजिए घटना E 'चित प्राप्त करना' है। तब, E के अनुकूल (अर्थात् चित प्राप्त करने के अनुकूल) परिणाम 1 है। अतः,  $P(E) = P(\text{चित}) = E$  के अनुकूल परिणामों की संख्या सभी संभव परिणामों की संख्या

$$= \frac{E \text{ के अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की संख्या}} = \frac{1}{2}$$

इसी प्रकार, यदि घटना F पर प्राप्त करना है, तो

$$P(F) = P(\text{पट}) = \frac{1}{2} \text{ (क्यों?)}$$

प्रश्न 6. मान लीजिए हम एक पासे को एक बार फेंकते हैं।

- (i) 4 से बड़ी संख्या प्राप्त होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।  
(ii) 4 से छोटी या उसके बराबर संख्या प्राप्त होने की प्रायिकता क्या है?

हल- (i) यहाँ मान लीजिए कि '4 से बड़ी संख्या प्राप्त करना' घटना E है। सभी संभव परिणाम छ: हैं, ये 1, 2, 3, 4, 5 और 6 हैं। स्पष्टतः घटना E के अनुकूल परिणाम 5 और 6 हैं। अतः E के अनुकूल परिणामों की संख्या 2 है। इसलिए

$$P(E) = P(4 \text{ से बड़ी संख्या}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

- (ii) मान लीजिए '4 से छोटी या बराबर संख्या प्राप्त करना' घटना F है।

सभी संभव परिणाम = 6 हैं।

घटना F के अनुकूल परिणाम 1, 2, 3 और 4 हैं।

अतः F के अनुकूल परिणामों की संख्या 4 है।

इसलिए

$$P(F) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

क्या उपरोक्त उदाहरण में दी हुई घटना E और F प्रारंभिक घटनाएँ हैं? नहीं, ये प्रारंभिक घटनाएँ नहीं हैं, क्योंकि घटना E के 2 परिणाम हैं तथा घटना F के 4 परिणाम हैं।

प्रश्न 7. एक पासे को एक बार फेंका जाता है। निम्नलिखित को प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए: (i) एक अभाज्य संख्या (ii) 2 और 6 के बीच स्थित कोई संख्या (iii) एक विषम संख्या।

हल- पासे एक बार फेकने पर कुल परिणाम = 1, 2, 3, 4, 5, 6

- (i) अभाज्य संख्याएँ = 2, 3, 5

एक अभाज्य संख्या होने की प्रायिकता

$$P(\text{एक अभाज्य संख्या}) = \frac{\text{कुल अभाज्य संख्याएँ}}{\text{कुल संख्याएँ}}$$

$$= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

उत्तर-  $\frac{1}{2}$

- (ii) 2 और 6 के बीच स्थित संख्याएँ = 3, 4, 5  
2 और 6 के बीच स्थित कोई संख्या होने की प्रायिकता  
 $P(2 \text{ और } 6 \text{ के बीच स्थित कोई संख्या})$

$$= \frac{2 \text{ और } 6 \text{ के बीच स्थित कुल संख्याएँ}}{\text{कुल संख्याएँ}}$$

$$= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

उत्तर-  $\frac{1}{2}$

- (iii) विषम संख्याएँ = 1, 3, 5

एक विषम संख्या होने की प्रायिकता

$$P(\text{एक विषम संख्या}) = \frac{\text{कुल विषम संख्याएँ}}{\text{कुल संख्याएँ}}$$

$$= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

उत्तर-  $\frac{1}{2}$

प्रश्न 8. एक थैले में लाल गेंद, एक नीली गेंद और एक पीली गेंद है तथा सभी गेंदें एक ही साइज की हैं। कृतिका बिना थैले के अंदर झाँके, इसमें से एक गेंद निकालती है। इसकी क्या प्रायिकता है कि वह गेंद (i) पीली होगी (ii) लाल होगी (iii) नीली होगी?

हल- कृतिका थैले में से, उसमें बिना झाँके, गेंद निकालती है। अतः, उसके द्वारा कोई भी गेंद निकालना समप्रायिक है।

माना 'पीली गेंद निकालना' घटना Y है, 'लाल गेंद निकालना' घटना R है तथा 'नीली गेंद निकालना' घटना B है।

अब, सभी संभव परिणामों की संख्या = 3 है।

- (i) घटना Y के अनुकूल परिणामों की संख्या = 1

$$\text{अतः} \quad P(Y) = \frac{1}{3}$$

$$\text{इसी प्रकार,} \quad P(R) = \frac{1}{3} \text{ और } P(B) = \frac{1}{3}$$

प्रश्न 9. एक बक्से में 3 नीले, 2 सफेद और 4 लाल कंचे हैं। यदि इस बक्से में एक कंचा यादृच्छया निकाला जाता है तो इसकी प्रायिकता है कि यह कंचा (i) सफेद है? (ii) नीला है? (iii) लाल है?

हल- यह कहना कि कंचा यादृच्छया रूप से निकाला गया है, संक्षिप्त में यह कहने के बराबर है कि सभी परिणाम समप्रायिक हैं। अतः,

सभी संभव परिणामों की संख्या = 3 + 2 + 4 = 9 (क्यों?)

मान लीजिए घटना W 'कंचा सफेद है' को, घटना B 'कंचा नीला है' को तथा घटना R 'कंचा लाल है' को व्यक्त करता है।

- (i) घटना W के अनुकूल परिणाम की संख्या = 2

$$\text{अतः} \quad P(W) = \frac{2}{9}$$

$$\text{इसी प्रकार, (ii) } P(B) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \text{ और (iii) } P(R) = \frac{4}{9}$$

ध्यान दीजिए कि  $P(W) + P(B) + P(R) = 1$  है।

प्रश्न 10. एक थैले में 3 लाल और 5 काली गेंदे हैं। इस थैले में से एक गेंद यादृच्छया निकाली जाती है तो इसकी क्या प्रायिकता है कि यह गेंद (i) लाल हो? (ii) लाल नहीं हो?

हल- लाल गेंदे = 3, काली गेंदे = 5, कुल गेंदे = 3 + 5 = 8  
(i) थैले में लाल गेंद होने की प्रायिकता  $P(E) = \frac{3}{8}$

उत्तर-  $\frac{3}{8}$

(ii) जैसा कि हम जानते हैं कि  $P(E) + P(\text{नहीं } E) = 1$   
 $P(\text{लाल गेंदे}) + P(\text{लाल गेंदे नहीं}) = 1$

$$\Rightarrow \frac{3}{8} + P(\text{लाल गेंदे नहीं}) = 1$$

$$\Rightarrow P(\text{लाल गेंदे नहीं}) = 1 - \frac{3}{8} = \frac{8-3}{8} = \frac{5}{8}$$

उत्तर-  $\frac{5}{8}$

प्रश्न 11. एक थैले में केवल नींबू की महक वाली मीठी गोलियां हैं। मालिनी बिना थैले में झाँके उसमें से एक गोली निकालती है। इसकी क्या प्रायिकता है कि वह निकाली गई गोली (i) संतरे की महक वाली है? (ii) नींबू की महक वाली है?

हल- (i) थैले में संतरे की महक वाली मीठी गोलियां नहीं हैं इसलिए संतरे की गोली निकलना एक असंभव घटना है।  
 $P(\text{संतरे की महक वाली गोली}) = 0$

उत्तर- 0

(ii) थैले में केवल नींबू की महक वाली मीठी गोलियां हैं इसलिए नींबू की गोली निकलना एक निश्चित घटना है।  
 $P(\text{नींबू की महक वाली गोली}) = 1$

उत्तर- 1

प्रश्न 12. एक डिब्बे में 5 लाल कंचे, 8 सफेद कंचे और 4 हरे कंचे हैं। इस डिब्बे में से एक कंचा यादृच्छया निकाला जाता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि यह कंचा (i) लाल है? (ii) सफेद है? (iii) हरा नहीं है?

हल- लाल कंचे = 5, सफेद कंचे = 8, हरे कंचे = 4 कुल कंचे = 5 + 8 + 4 = 17

(i) निकाला गया कंचा लाला कंचा होने की प्रायिकता (लाल कंचा)

$$P = \frac{\text{लाल कंचे}}{\text{कुल कंचे}} = \frac{5}{17} \quad \text{उत्तर- } \frac{5}{17}$$

(ii) निकाला गया कंचा सफेद कंचा होने की प्रायिकता

$$P(\text{सफेद कंचा}) = \frac{\text{सफेद कंचे}}{\text{कुल कंचे}} = \frac{8}{17} \quad \text{उत्तर- } \frac{8}{17}$$

(iii) निकाला गया कंचा हरा कंचा होने की प्रायिकता

$$P(\text{हरे कंचा}) = \frac{\text{हरा कंचे}}{\text{कुल कंचे}} = \frac{4}{17}$$

जैसा कि हम जानते हैं कि  $P(E) + P(\text{नहीं } E) = 1$

$$\therefore P(\text{हरे कंचे}) + P(\text{हरे कंचे नहीं}) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{4}{17} + P(\text{हरे कंचा नहीं}) = 1$$

$$\Rightarrow P(\text{हरे कंचा नहीं}) = 1 - \frac{4}{17} = \frac{17-4}{17} = \frac{13}{17}$$

उत्तर-  $\frac{13}{17}$

प्रश्न 13. अच्छी प्रकार से फेंटी गई 52 पत्तों की एक गड्डी में से एक पत्ता निकाला जाता है। इसकी प्रायिकता परिकलित कीजिए कि यह पत्ता (i) एक इक्का होगा। (ii) एक इक्का नहीं होगा।

हल- गड्डी को अच्छी प्रकार से फेटने से परिणामों का समप्रायिक होना सुनिश्चित हो जाता है।

(i) एक गड्डी में 4 इक्के होते हैं। मान लीजिए घटना E 'एक इक्का होना' है।

E के अनुकूल परिणामों की संख्या = 4

सभी संभव परिणामों की संख्या = 52 (क्यों?)

$$\text{अतः } P(E) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

(ii) मान लीजिए घटना F 'एक इक्का नहीं' है।

माना F के अनुकूल परिणामों की संख्या = 52 - 4 = 48 (क्यों?)

सभी संभव परिणामों की संख्या = 52

$$\text{अतः } P(F) = \frac{48}{52} = \frac{12}{13}$$

प्रश्न 14. एक डिब्बे में 100 कमीजें हैं, जिसमें 88 अच्छी हैं तथा 8 में थोड़ी सी खराबी है और 4 में अधिक खराबी है।

एक व्यापारी जिम्मी वे ही कमीजे स्वीकार करता है जो अच्छी हैं, जबकि एक अन्य व्यापारी सुजाता उन्हीं कमीजों को अस्वीकार करती है जिनमें खराबी अधिक है। इस डिब्बे में से एक कमीज को यादृच्छया रूप से निकाला जाता है इसकी क्या प्रायिकता है कि वह कमीज (i) जिम्मी को स्वीकार हो? (ii) सुजाता को स्वीकार हो?

हल- 100 कमीजों के डिब्बे में से एक कमीज यादृच्छया रूप से निकाली जाती है। अतः यहाँ 100 समप्रायिक परिणाम हैं

(i) जिम्मी के अनुकूल (को स्वीकार) परिणामों की संख्या = 8 (क्यों?)



48 / जी.पी.एच. प्रश्न बैंक

अतः,  $P(\text{कमीज जिम्मी को स्वीकार है}) = \frac{88}{100} = 0.88$

(ii) सुजाता के अनुकूल परिणामों की संख्या  $= 88 + 8 = 96$   
(क्यों?)

अतः,  $P(\text{कमीज सुजाता को स्वीकार है}) = \frac{96}{100} = 0.96$

प्रश्न 15. 20 बल्लों के एक समूह में 4 बल्ले खराब हैं। इस समूह में से एक बल्ले यादृच्छया निकाला जाता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि यह बल्ले खराब होगा?

हल- खराब बल्ले = 4, अच्छे बल्ले = 16, कुल बल्ले = 20

(i) खराब बल्ले होने की प्रायिकता  $P(\text{खराब बल्ले})$

$$= \frac{\text{कुल खराब बल्ले}}{\text{कुल बल्ले}} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5} \quad \text{उत्तर- } \frac{1}{5}$$

प्रश्न 16. दो खिलाड़ी संगीता और रेशमा टेनिस का एक मैच खेलते हैं। यह ज्ञात है कि संगीता द्वारा मैच जीतने की प्रायिकता 0.62 है। रेशमा के जीतने की क्या प्रायिकता है?

हल- मान लीजिए S और R क्रमशः संगीता के जीतने और रेशमा के जीतने की घटनाएँ व्यक्त करते हैं।

संगीता के जीतने की प्रायिकता  $= P(S) = 0.62$  (दिया है)

रेशमा के जीतने की प्रायिकता  $= P(R) = 1 - P(S)$

$$[\text{चूँकि घटनाएँ R और S पूरक हैं}] \\ = 1 - 0.62 = 0.38$$

प्रश्न 17. सविता और हमीदा दो मित्र हैं। इसकी क्या प्रायिकता है कि दोनों (i) के जन्म-दिन भिन्न-भिन्न हों? (ii) का जन्मदिन एक ही हो? (लीप का वर्ष छोड़ते हुए)।

हल- दोनों मित्रों में से किसी एक लड़की, मान लीजिए, सविता का जन्मदिन वर्ष का कोई भी दिन हो सकता है। इसी प्रकार, दूसरी लड़की हमीदा का जन्मदिन भी वर्ष के 365 दिनों में से कोई एक दिन हो सकता है।

(i) यदि हमीदा का जन्मदिन सविता के जन्मदिन से भिन्न है, तो उसके जन्मदिन के अनुकूल परिणामों की संख्या  $365 - 1 = 364$  होगी।

अतः  $P(\text{हमीदा का जन्मदिन सविता के जन्मदिन से भिन्न है}) \\ = \frac{364}{365}$

(ii) (सविता और हमीदा का जन्मदिन एक ही हो)  
 $= 1 - P(\text{दोनों का जन्मदिन भिन्न है})$

$$= 1 - \frac{364}{365} \quad [P(\bar{E}) = 1 - P(E) \text{ के प्रयोग से}] \\ = \frac{1}{365}$$

प्रश्न 18. यदि  $P(E) = 0.05$  है, तो 'E-नहीं' की प्रायिकता क्या है?

हल- जैसा कि हम जानते हैं कि  $P(E) + P(\text{नहीं E}) = 1$   
 $\therefore 0.05 + P(\text{नहीं E}) = 1 \Rightarrow P(\text{नहीं E}) \\ = 1 - 0.05 = 0.95$  उत्तर- 0.95

प्रश्न 19. यह दिया हुआ है कि 3 विद्यार्थियों के एक समूह में से 2 विद्यार्थियों के जन्मदिन एक ही दिन न होने की प्रायिकता 0.992 है। इसकी प्रायिकता है कि इन 2 विद्यार्थियों का जन्मदिन एक ही दिन हो?

हल- जैसा कि हम जानते हैं कि  $P(E) + P(\text{नहीं E}) = 1$   
 $\therefore P(2 \text{ विद्यार्थियों का जन्मदिन एक ही दिन हो}) + P(2 \text{ विद्यार्थियों के जन्मदिन एक दिन नहीं}) = 1$   
 $\Rightarrow P(2 \text{ विद्यार्थियों का जन्मदिन एक ही दिन हो}) + 0.992 = 1$   
 $\Rightarrow P(2 \text{ विद्यार्थियों का जन्मदिन एक ही दिन हो}) \\ = 1 - 0.992 = 0.008$

उत्तर- 0.008



Amarwah unity



HOME

VIDEOS

PLAYLISTS

COMMUNITY



# Amarwah unity

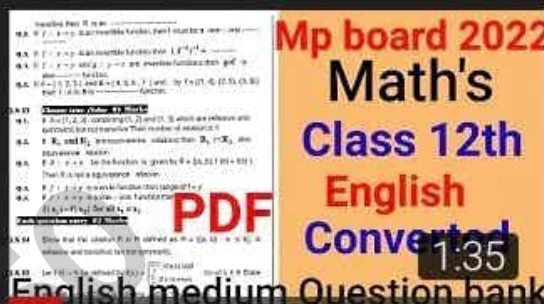
SUBSCRIBED



96 videos

Stand with unity, an educational channel for the helping students & providing study materials

## Uploads



Mp board Class 12th Math's English mediu...  
177 views · 1 day ago



Model paper class 10th & 12th mp board...  
588 views · 1 day ago