

## अभ्यास प्रश्न-पत्र 2022-23

### सेट-D

विषय : गणित

कक्षा : 12

समय : 3 घंटे

पूर्णांक : 80

निर्देश :

1. सभी प्रश्न हल करना अनिवार्य है |
2. प्रश्नों के लिए आवंटित अंक उनके सम्मुख अंकित हैं |
3. प्रश्न क्र. 1 से प्रश्न क्र. 5 तक वस्तुनिष्ठ प्रश्न हैं |
4. प्रश्न क्र. 6 से प्रश्न 23 तक प्रत्येक प्रश्न में आंतरिक विकल्प दिया गया है |
5. प्रश्न क्र. 6 से 15 तक प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है |
6. प्रश्न क्र. 16 से 19 तक प्रत्येक प्रश्न 3 अंक का है |
7. प्रश्न क्र. 20 से 23 तक प्रत्येक प्रश्न 4 अंक का है |

प्र.1- सही विकल्प चुनकर लिखिए |

1x6=6

(i)  $\sin^{-1}\left(\sin\frac{7\pi}{6}\right)$  का मान है :

- (a)  $\frac{\pi}{2}$  (b)  $\frac{\pi}{6}$   
(c)  $\frac{-\pi}{2}$  (d)  $\frac{-\pi}{6}$

(ii)  $\tan^{-1}(1) - \cot^{-1}(-1)$  का मान है :

- (a)  $\frac{\pi}{2}$  (b)  $\frac{-\pi}{2}$   
(c)  $\frac{-3\pi}{2}$  (d)  $\frac{3\pi}{2}$

(iii) यदि A और B दो उपयुक्त कोटि के आव्यूह हैं तब  $(AB)'$  बराबर है :

- (a)  $A'B'$  (b)  $A'-B'$   
(c)  $A'+B'$  (d)  $B'A'$

(iv) यदि A और B स्वतंत्र घटनाएँ हैं तथा  $P(A) = 0.3$ ,  $P(B) = 0.4$  तब  $P(A \cap B)$  का मान है :

- (a)  $\frac{7}{10}$  (b)  $\frac{3}{25}$   
(c)  $\frac{6}{25}$  (d)  $\frac{3}{10}$

(v) अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} + Py = Q$  में समाकलन गुणक (IF) का मान है :

- (a)  $e^{\int P dx}$  (b)  $e^{\int P dy}$   
(c)  $e^{\int Q dx}$  (d)  $e^{\int Q dy}$

(vi) यदि रेखा की दिक् कोज्याएँ  $l, m, n$  हैं तो  $l, m, n$  के बीच सही सम्बन्ध होगा :

- (a)  $l^2 + m^2 + n^2 = 1$  (b)  $l + m + n = 1$   
(c)  $l^2 + m^2 + n^2 = 0$  (d)  $l + m + n = 0$

प्र.2- रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिये :

1x7=7

- (i) कोई फलन  $f: x \rightarrow y$  एकैकी फलन होगा यदि  $f(x_1) = f(x_2)$  तब .....
- (ii)  $\cos^{-1}(x)$  का मुख्य मान ..... में स्थित होगा ।
- (iii) आव्यूह  $A = [a_{ij}]_{m \times n}$  के लिए  $A' = \dots\dots\dots$  ।
- (iv)  $\cos\sqrt{x}$  का  $x$  के सापेक्ष अवकलज ..... होगा ।
- (v) यदि फलन  $f: x \rightarrow y$  में  $f$  आच्छादक फलन हो तो उसके लिए सहप्रान्त का मान परिसर के ..... होगा ।
- (vi) सदिश में  $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$  के अनुदिश मात्रक सदिश ..... होगा ।
- (vii) आव्यूह  $A$  और  $B$  एक दूसरे के व्युत्क्रम होंगे यदि  $AB = BA = \dots\dots\dots$

प्र.3- सही जोड़ी मिलाइए :

1x6=6

- | स्तंभ 'A'                       | स्तंभ 'B'  |
|---------------------------------|--|
| (i) $\int \frac{dx}{x^2+a^2}$   | (a) $\log  \sec x  + C$                                      |
| (ii) $\int \tan x dx$           | (b) $\frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + C$                  |
| (iii) $\int \frac{dx}{a^2-x^2}$ | (c) $e^x(x-1) + C$   |
| (iv) $\int xe^x dx$             | (d) $\frac{1}{2a} \log \left  \frac{a+x}{a-x} \right  + C$   |
| (v) $\int \frac{dx}{x^2-a^2}$   | (e) $\frac{1}{2} \left( x - \frac{1}{2} \sin 2x \right) + C$ |
| (vi) $\int \sin^2 x dx$         | (f) $\frac{1}{2a} \log \left  \frac{x-a}{x+a} \right  + C$   |
|                                 | (g) $\log  \operatorname{cosec} x  + C$                      |

प्र.4- एक वाक्य/शब्द में उत्तर लिखिए :

1x7=7

- (i)  $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y$  का मान लिखिए जबकि  $xy > 1, x > 0, y > 0$
- (ii)  $A = [a_{ij}]_{m \times n}$  एक वर्ग आव्यूह है तो  $m$  व  $n$  के मध्य सम्बन्ध लिखिए ।
- (iii)  $\begin{vmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{vmatrix}$  का मान लिखिए ।
- (iv) यदि  $x - y = \pi$  तो  $\frac{dy}{dx}$  का मान लिखिए ।
- (v)  $\frac{dy}{dx} + x = \cos y$  में स्वतंत्र चर लिखिए ।
- (vi) अवकल समीकरण  $\frac{d^4 y}{dx^4} + \sin x = 0$  की कोटि लिखिए ।
- (vii)  $f(x) = \cos x$  अन्तराल  $[0, \pi]$  के मध्य किस प्रकार का फलन है वर्धमान अथवा हासमान ।

प्र.5- निम्नलिखित के लिए सत्य/असत्य लिखिए :

1x6=6

- (i) यदि किसी सारणिक में कोई दो स्तम्भ के अवयव समान हो तो सारणिक का मान शून्य होगा ।
- (ii) फलन  $f(x)$  अन्तराल  $I$  में वर्धमान फलन होगा ;  
जबकि  $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2) \quad x_1, x_2 \in I$
- (iii) यदि घटनाओं  $A$  व  $B$  के लिए  $A \subset B$  हो तो  $P\left(\frac{A}{B}\right) = P(A)$
- (iv) यदि  $\vec{a} = k\vec{b}$  तो  $\vec{a}, \vec{b}$  संरेख सदिश होंगे ।
- (v) समान परिमाण वाले दो सदिश सदैव समान सदिश होते हैं ।
- (vi)  $f(x) = x^2, f: N \rightarrow N$  के लिए फलन एकैक तथा आच्छादक हैं ।

- प्र.6) दिखाइए कि समुच्चय  $\{1,2,3\}$  में प्रदत्त सम्बन्ध  $R = \{(1,2), (2,1)\}$  एक स्वतुल्य सम्बन्ध नहीं हैं। 2  
 अथवा  
 दिखाइए कि वास्तविक संख्या के समुच्चय में  $R = \{(a,b) : a \leq b\}$  एक सममित सम्बन्ध नहीं है।
- प्र.7) दिखाइए कि  $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{\pi}{4}$  2  
 अथवा  
 $\cot^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}\right)$ ,  $x > 1$  को इसके सरलतम रूप लिखिए।
- प्र.8)  $X$  तथा  $Y$  ज्ञात कीजिए यदि 2  
 $X + Y = \begin{bmatrix} 9 & 0 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$  तथा  $X - Y = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$   
 अथवा  
 यदि  $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$  तथा  $B = \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$  तो  $3A - B$  ज्ञात कीजिए
- प्र.9)  $e^{\sqrt{x}}$  का  $x$  के सापेक्ष अवकलन कीजिए। 2  
 अथवा  
 $\log(\cos x)$  का  $x$  के सापेक्ष अवकलन कीजिए।
- प्र.10) दिखाइए कि प्रदत्त फलन  $f$ ,  $f(x) = 3x + 2$ ,  $x \in R$ ,  $R$  पर वर्धमान फलन है। 2  
 अथवा  
 वृत्त के क्षेत्रफल के परिवर्तन की दर इसकी त्रिज्या  $r$  के सापेक्ष ज्ञात कीजिए जब  $r = 7$  सेमी है।
- प्र.11) हवा के एक बुलबुले की त्रिज्या  $\frac{1}{5}$  सेमी/सेकण्ड की दर से बढ़ रही है। बुलबुले का आयतन किस दर से बढ़ रहा है जबकि त्रिज्या 2 सेमी है। 2  
 अथवा  
 किसी वृत्त की त्रिज्या 0.2 सेमी/सेकंड की दर से बढ़ रही है इसके परिधि की वृद्धि दर ज्ञात कीजिए
- प्र.12) मान ज्ञात कीजिए  $-\int(\sin^{-1} x + \cos^{-1} x)dx$  <https://www.mpboardonline.com> 2  
 अथवा  
 मान ज्ञात कीजिए  $-\int(1-x)\sqrt{x} dx$
- प्र.13) यदि एक रेखा के दिक् अनुपात  $-3, 2, -1$  हैं, तो इसकी दिक् कोज्याएँ ज्ञात कीजिए। 2  
 अथवा  
 तीनों समकोणिक अक्षों की दिक् कोज्याएं ज्ञात कीजिए।
- प्र.14) सदिश  $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$  का सदिश  $\vec{b} = \hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$  पर प्रक्षेप ज्ञात कीजिए। 2  
 अथवा  
 यदि  $\vec{a} = \hat{j} + 3\hat{k}$  और  $\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$  तो  $|\vec{a} - \vec{b}|$  का मान ज्ञात कीजिए।
- प्र.15) सदिश  $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + 5\hat{k}$  के अनुदिश एक ऐसा सदिश ज्ञात कीजिए जिसका परिमाण 5 इकाई हो। 2  
 अथवा  
 दिखाइए कि किसी सदिश का वर्ग उसके परिमाण के वर्ग के बराबर होता है।
- प्र.16) दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 3  
 अथवा  
 वक्र  $y^2 = 4x$  एवं रेखा  $x = 3$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

प्र.17) अवकल समीकरण  $(e^x + e^{-x})dy - (e^x - e^{-x})dx = 0$  को हल कीजिए ।

3

अथवा

किसी बैंक में मूलधन की वृद्धि 5% वार्षिक की दर से होती है । इस बैंक में ₹1000 जमा कराए जाते हैं ।  
जात कीजिए कि 10 वर्ष बाद यह राशि कितनी हो जाएगी । ( $e^{0.5} = 1.648$ )

प्र.18) निम्न व्यवरोधों के अंतर्गत,

$$x + 2y \geq 10$$

$$3x + 4y \leq 24$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

रैखिक प्रोग्रामन समस्या,  $z = 200x + 500y$  को हल कर न्यूनतम मान जात कीजिए ।

अथवा

निम्न व्यवरोधों के अंतर्गत,  $z = 3x + 5y$  का अधिकतमीकरण कीजिए :

$$3x + 5y \leq 15,$$

$$5x + 2y \leq 10$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

प्र.19) एक पांसे को तीन बार उछाला जाता है तो कम से कम एक बार विषम संख्या प्राप्त होने की प्रायिकता जात कीजिए ।

अथवा

3

यदि  $P(A) = \frac{6}{11}$ ,  $P(B) = \frac{5}{11}$  और  $P(A \cup B) = \frac{7}{11}$  तो  $P\left(\frac{A}{B}\right)$  जात कीजिए

प्र.20) सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग करके सिद्ध कीजिए कि -

$$\begin{vmatrix} b+c & a & a \\ b & c+a & b \\ c & c & a+b \end{vmatrix} = 4abc$$

अथवा

सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग करके सिद्ध कीजिए कि -

$$\begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix} = (a+b+c)^3$$

प्र.21) फलन  $f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{यदि } x \geq 1 \\ x^2+1 & \text{यदि } x < 1 \end{cases}$  हो तो  $f(x)$  की  $x=1$  पर सातत्यता की जाँच कीजिए ।

4

अथवा

यदि  $y = (\log x)^{\cos x}$  हो तो सिद्ध कीजिए  $\frac{dy}{dx} = (\log x)^{\cos x} \left[ \frac{\cos x}{x \log x} - \sin x \log(\log x) \right]$

प्र.22) जात कीजिए -  $\int x^2 \log x \, dx$

4

अथवा

जात कीजिए -  $\int \sin 3x \cos 4x \, dx$

प्र.23) रेखाओं  $\frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1}$  तथा  $\frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1}$  के बीच की न्यूनतम दूरी जात कीजिए ।

4

अथवा

दर्शाए कि बिन्दुओं  $(1, -1, 2)$  और  $(3, 4, -2)$  से होकर जाने वाली रेखा बिन्दुओं  $(0, 3, 2)$  और  $(3, 5, 6)$  से जाने वाली रेखा पर लम्ब है ।