

## उच्च गणित - 2012

समय : 3 घण्टे ]

कक्षा : 12वीं

[ पूर्णांक : 100

- निर्देश-
- (1) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
  - (2) प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख दर्शाए गये हैं।
  - (3) प्रश्न-पत्र में दो खण्ड दिये गये हैं- खण्ड 'अ' एवं खण्ड 'ब'।
  - (4) खण्ड 'अ' में दिये गये प्रश्न क्रमांक 1 से 5 तक वस्तुनिष्ठ प्रश्न हैं जिसके अन्तर्गत रिक्त स्थानों की पूर्ति, सत्य/असत्य, सही जोड़ी बनाना तथा सही विकल्प का चयन करना है।
  - (5) खण्ड 'ब' में प्रश्न क्रमांक 6 से 21 में आंतरिक विकल्प दिये गये हैं।

### खण्ड - अ ( वस्तुनिष्ठ प्रश्न )

प्रश्न क्रमांक वस्तुनिष्ठ प्रश्न में दिये गये विकल्पों में से सही उत्तर लिखिए: 5

(1) भिन्न  $\frac{2}{x^2-1}$  को आंशिक भिन्नो के रूप में लिखने पर सही उत्तर होगा:

(a)  $\frac{1}{2} \left[ \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} \right]$       (b)  $\frac{1}{2} \left[ \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \right]$

(c)  $\frac{1}{2} \left[ \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-1} \right]$       (d)  $\left[ \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \right]$

(2)  $\tan^{-1}x + \cot^{-1}x$  का मान होगा:

(a)  $\pi$       (b) शून्य

(c)  $\frac{\pi}{2}$       (d) 1

(3) X-अक्ष का समीकरण है:

(a)  $\frac{X}{1} = \frac{Y}{0} = \frac{Z}{0}$       (b)  $\frac{X}{0} = \frac{Y}{1} = \frac{Z}{1}$

(c)  $\frac{X}{1} = \frac{Y}{1} = \frac{Z}{1}$       (d) इनमें से कोई नहीं

(4) यदि  $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$  क्रमशः X, Y, Z अक्षों के अनुदिश इकाई सदिश हैं, तो

$\hat{i} \times (\hat{j} \times \hat{k})$  का मान होगा:

(a) शून्य      (b) 1

(c) -1      (d) इनमें से कोई नहीं

(5) गोले  $x^2 + y^2 + z^2 - ax - by - cz = 0$  का केन्द्र होगा:

(a) (a, b, c)      (b) (-a, -b, -c)

(c)  $\left( \frac{a}{2}, \frac{b}{2}, \frac{c}{2} \right)$       (d)  $\left( -\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}, -\frac{c}{2} \right)$

प्रश्न 2 निम्नलिखित कथनों में सत्य/असत्य बताइए: 1 × 5

- (1)  $\vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$  का मान शून्य होता है।
- (2)  $\cos 2x$  का अवकल गुणांक  $\sin 2x$  होता है।
- (3) सहसंबंध गुणांक का मान सदैव 2 होता है।
- (4) यदि दो समाश्रयण गुणांक क्रमशः 0.8 व 0.2 हो, तो सहसंबंध गुणांक शून्य होगा।
- (5) समीकरण  $x^3 - 2x - 5 = 0$  का मूल अंतराल (2 3) में होगा।

प्रश्न 3. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए: 1 × 5

- (1) दो प्रतिच्छेदी रेखाओं के बीच की न्यूनतम दूरी सदैव ..... होती है।
- (2) यदि सदिश  $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$  तथा  $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ , तो  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  का मान ..... होगा।
- (3) किसी कण की अधिकतम ऊँचाई पर वेग ..... होता है।
- (4)  $\sin x$  का  $n$  वाँ अवकलज ..... होगा।
- (5) उस समतल का समीकरण जो अक्षों से इकाई अंतःखण्ड काटे ..... होगा।

प्रश्न 4. निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर एक शब्द/वाक्य में दीजिए: 1 × 5

- (1)  $0.2642E05 + 0.3781E05$  का मान लिखिये।
- (2) समलंब चतुर्भुज नियम

$$\int_n^b f(x) dx = \frac{h}{2} [y_0 + 2(y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1}) + y_n]$$

में  $h$  का मान लिखिए।

- (3) न्यूटन-रैफसन विधि में प्रथम आवृत्ति के लिए सूत्र लिखिए।
- (4) आंकिक विधियों संबंधी सिम्पसन का एक-तिहाई नियम के अनुसार सूत्र लिखिये।
- (5) यदि  $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$  तथा  $\vec{b} = -\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ , तो  $|\vec{a} + \vec{b}|$  का मान क्या होगा?

प्रश्न 5. खण्ड 'अ' के लिए खण्ड 'ब' में से सही उत्तर चुनकर सही जोड़ी बनाइये: 5

(अ)

(ब)

(i)  $\int \cot x dx$

(a)  $\frac{1}{2} \log x + c$

(ii)  $\int \tan x dx$

(b)  $\frac{1}{2} \tan x + c$

(iii)  $\int \frac{1}{1 + \cos 2x} dx$

(c)  $\log(\sin x) + c$

(iv)  $\int (1 + \tan^2 x) dx$

(d)  $\log(\sec x) + c$

(v)  $\int \operatorname{cosec} x dx$

(e)  $\tan x + c$

(f)  $\log\left(\tan \frac{x}{2}\right) + c$

**खण्ड - ब ( अति लघूत्तरीय प्रश्न )**

प्रश्न 6. भिन्न  $\frac{x}{1-x^3}$  को आंशिक भिन्न में व्यक्त कीजिये।

( अथवा ) भिन्न  $\frac{x^2 - 5x - 1}{(x-1)^2(x-2)}$  को आंशिक भिन्न में व्यक्त कीजिये।

प्रश्न 7. सिद्ध कीजिए:

4

$$\cos^{-1} \frac{4}{5} + \sin^{-1} \frac{5}{13} = \cos^{-1} \frac{33}{65}$$

( अथवा ) यदि  $\tan^{-1} a + \tan^{-1} b + \tan^{-1} c = \pi$  हो, तो सिद्ध कीजिए कि-  
 $a + b + c = abc$

प्रश्न 8.  $x^{\sin x}$  का अवकलन गुणांक ज्ञात कीजिए।

4

( अथवा ) यदि  $x = a \sin^3 \theta$  तथा  $y = a \cos^3 \theta$ , तो  $\frac{dy}{dx}$  का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 9. यदि  $y = \sqrt{\cos x + \sqrt{\cos x + \sqrt{\cos x + \dots \infty}}}$  हो, तो सिद्ध कीजिए कि :

4

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-\sin x}{(2y-1)}$$

( अथवा ) यदि  $y = (\sin^{-1} x)^2$  हो, तो सिद्ध कीजिए कि  $(1-x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} = 2$

प्रश्न 10.  $\sin x + \cos x$  का अधिकतम मान ज्ञात कीजिए (अवकलन द्वारा)

4

( अथवा ) यदि बर्फ का एक गोला एकसमान दर से पिघलता है, तो गोले की त्रिज्या 5 सेमी होने पर गोले के आयतन के परिवर्तन की दर इसकी त्रिज्या के सापेक्ष ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 11. निम्नांकित आंकड़ों के आधार पर सहसंबंध गुणांक ज्ञात कीजिए: 4

x	y
2	15
3	17
5	4
7	5
3	4

(अथवा) निम्नांकित आंकड़ों के आधार पर सहसंबंध गुणांक की गणना कीजिये:

x	y
-10	5
-5	9
0	7
5	11
10	13

प्रश्न 12. यदि समाश्रयण रेखाएँ क्रमशः  $3x + 12y - 19 = 0$  तथा  $9x + 3y - 46 = 0$ , हो, तो सहसंबंध गुणांक ज्ञात कीजिए। 4

(अथवा) यदि  $y$  की  $x$  पर समाश्रयण रेखा  $ax + by + c = 0$  हो तथा  $x$  की  $y$  पर समाश्रयण रेखा  $a_1x + b_1y + c_1 = 0$  हो, तो सिद्ध कीजिए:

$$ab_1 \leq a_1b.$$

लघुउत्तरीय प्रश्न

प्रश्न 13. बिंदु  $(-1, 3, 2)$  से गुजरने वाले उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो  $x + 2y + 2z = 5$  तथा  $3x + 3y + 2z = 8$  पर लंब हो। 5

(अथवा) रेखा  $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-2}{12}$  और समतल  $x - y + z = 5$  के प्रतिच्छेद बिंदु की  $(-1, -5, -10)$  से दूरी ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 14. सिद्ध कीजिये कि त्रिभुज की तीन माध्यिकाओं द्वारा निर्धारित सदिशों का योग शून्य होता है जबकि माध्यिकाएँ शीर्ष से निर्देशित हैं। 5

(अथवा) यदि  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$  हो, तो सिद्ध कीजिए कि  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{c} = \vec{c} \times \vec{a}$  जहाँ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  शून्येतर सदिश हैं।

प्रश्न 15. यदि  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x + 1} & x \neq -1 \\ -2 & x = -1 \end{cases}$

तो क्या  $f(x)$ ,  $x = -1$  पर सतत है। 5

(अथवा)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x}}{x}$  का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 16.  $\int \frac{xe^x}{(x+1)^2} dx$  का मान ज्ञात कीजिये। 5

(अथवा)  $\int \frac{1}{5+4\sin x} dx$  का मान ज्ञात कीजिये।

प्रश्न 17. सिद्ध कीजिए कि  $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1+\tan x} = \frac{\pi}{4}$  5

(अथवा) वृत्त  $x^2 + y^2 = a^2$  से घिरा क्षेत्रफल समाकलन द्वारा ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 18. अवकल समीकरण को हल कीजिए: 5

$$(1+x^2)dy = (1+y^2)dx$$

(अथवा) अवकल समीकरण का हल ज्ञात कीजिये:

$$\frac{dy}{dx} + y \tan x = \sec x$$

प्रश्न 19. यदि दो घनाकार पाँसों को एक साथ फेंका जाए, तो दोनों पाँसों पर अंकों का योग 7 से अधिक या 7 से कम आने की प्रायिकता क्या होगी? 5

(अथवा) यदि तीन घोड़ों A, B तथा C के दौड़ जीतने के अनुकूल संयोगानुपात क्रमशः 1:2, 1:3 तथा 1:4 हैं, तो किसी एक घोड़े के दौड़ जीतने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

#### दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

प्रश्न 20. सिद्ध कीजिए कि बिन्दुओं  $(1, 0, 1)$ ,  $(1, 1, 1)$  तथा  $(-7, -3, -5)$  से होकर जाने वाला समतल  $xz$  समतल पर लंब है। 6

(अथवा) उस गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिंदुओं  $(0, 0, 2)$ ,  $(0, 2, 0)$  तथा  $(2, 0, 0)$  से होकर जाता है और जिसका केन्द्र समतल  $x + y + z = 2$  पर स्थित है।

प्रश्न 21. सदिश विधि से सिद्ध कीजिए कि : 6

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

(अथवा) निम्नलिखित रेखाओं के बीच की न्यूनतम दूरी सदिश विधि से ज्ञात कीजिए:

$$\vec{r} = 3\hat{i} + 8\hat{j} + 3\hat{k} + \lambda(3\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$$

$$\text{तथा } \vec{r} = -3\hat{i} - 7\hat{j} + 6\hat{k} + \mu(-3\hat{i} + 2\hat{j} + 4\hat{k})$$

<http://www.mpboardonline.com>

Whatsapp @ 9300930012



Your old paper & get 10/-

पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से