

समय :  $2\frac{1}{2}$  घण्टे

पूर्णांक: 80

निर्देश :

1. सभी प्रश्न हल करना अनिवार्य है।
2. प्रश्नों के लिए आबंटित अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।
3. प्रश्न क्र. 1 से प्रश्न क्र. 5 तक वस्तुनिष्ठ प्रश्न हैं।
4. प्रश्न क्र. 6 से प्रश्न 23 तक प्रत्येक प्रश्न में आंतरिक विकल्प दिया गया है।

प्र.1. सही विकल्प चुनकर लिखिये।

$1 \times 6 = 6$

i.  $\tan^{-1}\sqrt{3} - \sec^{-1}(-2)$  का मान होगा:

- अ.  $-\frac{\pi}{3}$       ब.  $\frac{\pi}{2}$       स.  $\frac{\pi}{3}$       द.  $\pi$

ii. आव्यूह  $A$  तथा  $B$  एक दूसरे के व्युत्क्रम होंगे यदि

- अ.  $AB = O$       ब.  $AB = BA = I$       स.  $AB \neq BA$       द.  $A = B$

iii. एक वृत्त की त्रिज्या  $r = 6\text{cm}$  पर  $r$  के सापेक्ष क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर है:

- अ.  $10\pi \text{ cm}^2/\text{cm}$       ब.  $12\pi \text{ cm}^2/\text{cm}$       स.  $8\pi \text{ cm}^2/\text{cm}$       द.  $11\pi \text{ cm}^2/\text{cm}$

iv. यदि  $\begin{vmatrix} x & 2 \\ 18 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 18 & 6 \end{vmatrix}$  हो तो  $x$  बराबर है।

- अ. 6      ब.  $\pm 6$       स. -6      द. 0

v. यदि  $f: R \rightarrow R$ ,  $f(x) = (3-x)$  द्वारा प्रदत्त है तो  $f \circ f(x)$  का मान होगा-

- अ.  $3-x$       ब.  $(3-x)^2$       स.  $x$       द.  $x^2$

vi. यदि  $A = \{1, 2, 3\}$  हो तो अवयव (1, 2) वाले तुल्यता संबंधों की संख्या है:

- अ. 1      ब. 2      स. 3      द. 4

प्र.2. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए।

$1 \times 7 = 7$

- i. एक आव्यूह, स्तम्भ आव्यूह कहलाता है, यदि उसमें केवल एक ..... हो।
- ii. यदि  $y = f(x)$  की कोई स्पर्श रेखा  $x$ -अक्ष की धन दिशा से  $\theta$  कोण बनाये, तब स्पर्श रेखा की प्रवणता ..... होगी।
- iii. A पर परिभाषित संबंध R एक ..... संबंध कहलाता है, यदि R स्वतुल्य, सममित तथा संक्रामक है।
- iv.  $x = 1$  पर वक्र  $y = x^3 - x$  की स्पर्श रेखा की प्रवणता ----- होगी।
- v. यदि बिंदु  $(-2, -5), (2, -2), (8, x)$  सरेखीय हो तो  $x$  का मान ----- है।
- vi. फलन  $\tan^{-1}$  की मुख्य मान शाखा ----- है।
- vii. यदि A और B क्रमशः  $m \times n$  और  $n \times p$  कोटियों के आव्यूह हों तो आव्यूह A.B की कोटि ----- होगी।

प्र.3. सही जोड़ी बनाइये—

**1 × 6 = 6**

(अ)	(ब)
1. $\frac{d}{dx}(\operatorname{cosec}^{-1}x)$	a. $\cos x$
2. $\frac{d}{dx}(\sin^{-1}\frac{2x}{1+x^2})$	b. $\frac{1}{x}$
3. $\frac{d}{dx}\sin x$	c. $-\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$
4. $\frac{d}{dx}(\log x)$	d. $2x\cos(x^2)$
5. $\frac{d}{dx}\sin(x^2)$	e. $e^x$
6. $\frac{d}{dx}(e^x)$	f. $\frac{2}{1+x^2}$

प्र.4. निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर एक शब्द/एक वाक्य में लिखिये।

**1 × 7 = 7**

- i.  $\sin^{-1}\left(\sin\frac{2\pi}{3}\right)$  का मान लिखिए।
- ii. यदि किसी आव्यूह में 5 अवयव हैं तो इसकी संभव कोटियाँ क्या हैं?
- iii. यदि  $A = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$  तथा  $A + A' = I$  तो  $\alpha$  का मान लिखिए।
- iv. सारणिक  $\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}$  में अवयव 3 का उपसारणिक लिखिए।
- v. यदि  $y = x^3 + \tan x$  है तो  $\frac{dy}{dx}$  क्या होगा?
- vi. सममित आव्यूह का एक उदाहरण लिखिए।
- vii. 3 × 3 कोटि के ऐसे आव्यूहों की कुल संख्या बताइए जिनकी प्रत्येक प्रविष्टि 0 या 1 हो।

प्र.5. निम्न कथनों में सत्य/असत्य बताइये।

**1 × 6 = 6**

- i. गुणन संक्रिया (आव्यूहों के लिये) सदैव क्रम विनिमेय नियम का पालन करती है।
- ii.  $\frac{d}{dx}(\tan x^2) = \sec^2 x^2$
- iii. प्रत्येक वर्ग आव्यूह  $A$  के लिए समान कोटि के एक आव्यूह  $I$  का अस्तित्व इस प्रकार होता है कि  $IA = AI = A$ .
- iv. बिंदु (1, 2) पर  $y = x + 1$ , वक्र  $y^2 = 4x$  की एक स्पर्श रेखा है।
- v. यदि  $A$ ,  $3 \times 3$  कोटि का वर्ग आव्यूह है तो  $|adj A|$  का मान  $|A|^2$  होगा।
- vi. फलन  $f(x) = 5x - 3, x = 0$  पर संतत है।

प्र.6.  $x$  तथा  $y$  ज्ञात कीजिए यदि

2

$$2 \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 1 & 8 \end{bmatrix}$$

अथवा

यदि  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$  तथा  $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 2 & -3 & -1 \end{bmatrix}$  तो  $A - B$  का मान लिखिए।

प्र.7.  $X$  तथा  $Y$  ज्ञात कीजिए यदि  $X + Y = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 0 & 9 \end{bmatrix}$  तथा  $X - Y = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$  है।

2

अथवा

$$\cos \theta \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} + \sin \theta \begin{bmatrix} \sin \theta & -\cos \theta \\ \cos \theta & \sin \theta \end{bmatrix} \text{ को सरल कीजिए।}$$

प्र.8. यदि  $y = A \sin x + B \cos x$  है तो  $\frac{d^2y}{dx^2}$  ज्ञात कीजिए।

2

अथवा

$y + \cos y = \sin x$  हो, तो  $\frac{dy}{dx}$  का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.9. यदि  $y = \cos^{-1}(e^{-x})$  हो, तो  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए।

2

अथवा

यदि  $x = a \cos \theta, y = a \sin \theta$  तो  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए।

प्र.10. एक गुब्बारा, जो सदैव गोलाकार रहता है, का परिवर्तनशील व्यास  $\frac{3}{2}(2x+1)$  है।  $x$  के सापेक्ष

2

आयतन के परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए।

अथवा

एक स्थिर झील में एक पत्थर डाला जाता है और तरंगे वृतों में 4 cm/s की गति से चलती हैं।

जब वृत्ताकार तरंग की त्रिज्या 10 cm है, तो उस क्षण, विरा हुआ क्षेत्रफल कितनी तेजी से बढ़ रहा है?

प्र.11.  $\sin mx$  का  $x$  के सापेक्ष समाकलन कीजिए।

2

अथवा

$f(x) = 4x^3 - 6$  द्वारा परिभासित फलन  $f$  का प्रतिअवकलज  $F$  ज्ञात कीजिए जहाँ  $F(0) = 3$  है।

प्र.12 यदि  $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$  तथा  $B = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$  है तो  $AB$  का मान ज्ञात कीजिए।

2

अथवा

$$\text{गुणनफल परिकलित कीजिए: } \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

प्र.13. सिद्ध कीजिए कि  $\tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{2}{11} = \tan^{-1} \frac{3}{4}$   
अथवा

2

$$\cot(\tan^{-1} a + \cot^{-1} a) \text{ का मान ज्ञात कीजिए।}$$

प्र.14.  $\tan^{-1} \sqrt{3}$  का मुख्य मान ज्ञात कीजिए।

2

अथवा

$$\sin^{-1} \left( -\frac{1}{2} \right) \text{ का मान ज्ञात कीजिए।}$$

प्र.15.  $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & 1 \\ 3 & 5 & 2 \end{vmatrix}$  का मान ज्ञात कीजिए।

2

अथवा

$$\text{आव्यूह } A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \text{ का सहखंडज ज्ञात कीजिए।}$$

प्र.16. यदि  $f(x) = 8x^3$  तथा  $g(x) = x^{\frac{1}{3}}$  तब  $gof$  तथा  $fog$  ज्ञात कीजिए।

3

अथवा

सिद्ध कीजिए कि फलन  $f: R \rightarrow R$

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{यदि } x > 0 \\ 0, & \text{यदि } x = 0 \\ -1, & \text{यदि } x < 0 \end{cases}$$

द्वारा प्रदत्त चिन्ह फलन न तो एकैकी है और न अच्छादक है।

प्र.17.  $\tan^{-1} \left( \sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}} \right)$  को सरलतम रूप में लिखिए।

3

अथवा

$$\tan \left( \cos^{-1} \frac{4}{5} + \cot^{-1} \frac{3}{2} \right) \text{ का मान ज्ञात कीजिए।}$$

प्र.18. एक त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष  $(3,8), (0,2)$  और  $(6,2)$  है।

3

अथवा

सिद्ध कीजिए कि  $A(x, y+z), B(y, z+x)$  और  $C(z, x+y)$  सरेख हैं।

प्र.19. यदि  $y = \sin^{-1}x$  है तो सिद्ध कीजिए कि  $y_2(1 - x^2) - xy_1 = 0$   
अथवा

3

यदि है  $e^y(x + 1) = 1$  है तो दर्शाइए कि  $\frac{d^2y}{dx^2} = \left(\frac{dy}{dx}\right)^2$  है।

प्र.20. यदि  $x = at^2$ ,  $y = 2at$  है तो  $\frac{dy}{dx}$  कीजिए।  
अथवा

4

$$a \text{ और } b \text{ के मानों को ज्ञात कीजिए ताकि } f(x) = \begin{cases} 5, & \text{यदि } x \leq 2 \\ ax + b, & \text{यदि } 2 < x < 10 \\ 21, & \text{यदि } x \geq 10 \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित फलन एक संतत फलन हो।

प्र.21. फलन  $\tan^{-1} \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}$ ,  $x \neq 0$  को सरलतम रूप में लिखिए।  
अथवा

4

यदि  $\sin\left(\sin^{-1} \frac{1}{5} + \cos^{-1} x\right) = 1$ , तो  $x$  का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.22. सिद्ध कीजिए की वास्तविक संख्याओं के समुच्चय  $R$  में  $R = \{(a, b) : a \leq b^2\}$  द्वारा परिभाषित संबंध  $R$ , न तो स्वतुल्य है, न सममित है और न ही संक्रामक है।  
अथवा

4

फलन  $f: R \rightarrow R$  इस प्रकार है कि  $f(x) = 2x - 3$  तो दर्शाइये कि  $f$  व्युत्क्रमणीय है,  $f$  का व्युत्क्रम भी ज्ञात कीजिए।

प्र.23. सारणिक के गुणधर्म का प्रयोग करके सिद्ध कीजिए कि  $\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)$ .  
अथवा

4

$x$  का मान ज्ञात कीजिए यदि  $\begin{vmatrix} 2 & x & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 3$ .

\*\*\*\*\*

<https://www.mpboardonline.com>

Whatsapp @ 9300930012

Send your old paper & get 10/-

अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से