गणित - 2012

समय : 3 घण्टे] कक्षा : 10वीं [पूर्णांक : 100

निर्देश- (i) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। (ii) प्रश्न-पत्र में दिये गये निर्देश सावधानीपूर्वक पढ़कर प्रश्नों के उत्तर लिखिए। (iii) प्रश्न-पत्र में दो खण्ड दिये गये हैं- खण्ड-अ और खण्ड-ब। (iv) खण्ड-अ में प्रश्न क्रमांक 1 में वस्तुनिष्ठ प्रकार के प्रश्न दिये गये हैं। निर्देशानुसार हल कीजिए। (v) खण्ड-ब में प्रश्न क्रमांक 2 से 17 में आन्तरिक विकल्प दिये गये हैं। (vi) जहाँ आवश्यक हो, स्वच्छ रेखाचित्र बनाइये। (vi) प्रत्येक प्रश्न के लिये आवंटित अंक उसके सम्मुख अंकित हैं।

खण्ड - अ (वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

प्रश्न 1. (A) सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर-पुस्तिका में लिखिए- $1 \times 5 = 5$

(i) दो संख्याओं का योग 25 एवं अन्तर 7 हो, तो वे संख्यायें होंगी-

(a) 20 एवं 5 (b) 18 एवं 7

(c) 15 एवं 10 (d) 9 एवं 16

(ii) 'k' के किस मान के लिये समीकरण निकाय $kx + 2y = 5$ और $3x + y = 1$ के लिये कोई हल सम्भव नहीं होगा?

(a) $k = 3$ (b) $k = 6$

(c) $k \neq 6$ (d) $k = 4$

(iii) दो परिमेय व्यंजको $\frac{x+1}{x-2}$ और $\frac{x-1}{x-2}$ का योग होगा-

(a) $\frac{2x}{x-2}$ (b) $\frac{-2x}{x-2}$

(c) $\frac{x}{x-2}$ (d) $\frac{x+2}{x-2}$

(iv) परिमेय व्यंजक $\frac{x^7 - 6x^2 - 2}{x^2 + 4}$ में अंश की घात होगी-

(a) 6 (b) 7

(c) 2 (d) 4

(v) 36 एवं 49 का मध्यानुपाती होगा-

(a) 6 (b) 7

(c) 42 (d) 36

(B) सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर-पुस्तिका में लिखिए- $1 \times 5 = 5$

(i) यदि एक मीनार की ऊँचाई एवं उसकी छाया की लम्बीई समान हो, तो उस समय सूर्य का उन्नयन कोण होगा-

(a) 30° (b) 45°

(c) 60° (d) इनमें से कोई नहीं

(ii) एक घन के विकर्ण की लम्बाई $15\sqrt{2}$ सेमी है तो घन की भुजा की लम्बाई होगी-

(a) $30\sqrt{2}$ सेमी (b) 15 सेमी

(c) $5\sqrt{2}$ सेमी (d) 30 सेमी

(iii) एक शंकु की तिर्यक् ऊँचाई 13 सेमी तथा त्रिज्या 5 सेमी है तो इसकी ऊँचाई होगी-

(a) 5 सेमी (b) 22 सेमी

(c) 12 सेमी (d) 18 सेमी

(iv) एक सिक्के को उछालने पर हैड (चित्त) आने की प्रायिकता है-

(a) 0 (b) $\frac{1}{4}$

(c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{3}$

(v) निम्नलिखित प्रेक्षणों का बहुलक होगा-

15, 14, 19, 20, 14, 15, 16, 14, 15, 18, 14, 19, 15, 17, 15

(a) 14 (b) 16

(c) 19 (d) 15

(C) रिक्त-स्थानों की पूर्ति कीजिए- $1 \times 5 = 5$

(i) वर्ग समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ का विविक्तकर का सूत्र D = ... है।

(ii) वाहन एवं मशीनरी की समय के साथ मूल्य में कमी होना .... कहलाता है।

(iii) चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात करने हेतु सूत्र है C.I. = ...

(iv) यदि दो त्रिभुजों के संगत कोण बराबर हों, तो वे त्रिभुज .... कहलाते हैं।

(v) दो समरुप त्रिभुंजों के क्षेत्रफलों का अनुपात 9:16 के अनुपात में है तो उन त्रिभुजों की संगत भुजाओं का अनुपात .... होगा।

(D) खण्ड-अ के लिये खण्ड-ब से चुनकर सही जोड़ियाँ बनाइये- $1 \times 5 = 5$

'खण्ड-अ'	**'खण्ड-ब'**
(i) $\sin(90^\circ - \theta)$	(1) व्यास
(ii) $\tan^2\theta + 1$	(2) 60°
(iii) $\operatorname{cosec}\theta \times \sin\theta$	(3) $\cos\theta$
(iv) अर्द्धवृत्त में बने कोण की माप	(4) $\operatorname{cosec}^2\theta$

(v) किसी वृत्त की सबसे बड़ी जीवा (5) $\sec^2\theta$

(6) 90°

(7) 1

(E) निम्नलिखित में सत्य/असत्य लिखिए- $1 \times 5 = 5$

(i) यदि दो वृत्तों की त्रिज्यायें समान हों, तो वे वृत्त सर्वांगसम होंगे।

(ii) किसी बाह्य बिन्दु से वृत्त पर खींची गयी दोनों स्पर्श रेखायें असमान होती हैं।

(iii) $\operatorname{cosec}\theta = \sqrt{1+\cot^2\theta}$

(iv) $\sin 12^\circ.\cos 78^\circ + \cos 12^\circ.\sin 78^\circ = 2$

(v) यदि ब्याज की गणना छ:माही आधार पर की जाये तो गणना में दर दुगुनी एवं समय आधा कर लिया जाता है।

खण्ड-ब

प्रश्न 2. निम्नलिखित समीकरण निकायों को विलोपन विधि द्वारा हल कीजिए-

$3x - 4y - 11 = 0$

$5x - 7y + 4 = 0$ 4

(अथवा) निम्नलिखित समीकरण निकायों को हल कीजिए-

$7x - 2y = 1$

$3x + 4y = 15$

प्रश्न 3. सिद्ध कीजिए कि c का एक ऐसा मान है जिसके लिये निकाय-

$cx + cy = c - 2$

$8x + cy = c$

के अनन्तत: अनेक हल होते हैं। इस मान को ज्ञात कीजिए। 4

(अथवा) ΔPQR में $\angle P = x^\circ, \angle Q = 3x^\circ, \angle R = y^\circ$ हैं। यदि $3y - 5x = 30$ हो, तो ΔPQR के प्रत्येक कोण का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 4. यदि $x = \frac{4ab}{a+b}$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = 2.$ 4

(अथवा) यदि $\frac{x}{b+c} = \frac{y}{c+a} = \frac{z}{(a+b)}$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि

$(b-c)x + (c-a)y + (a-b)z = 0$

प्रश्न 5. निम्नलिखित वर्ग समीकरण को सूत्र विधि से हल कीजिए-

$3x^2 + 8x - 3 = 0.$ 4

(अथवा) समीकरण $2Py^2 - 8y + 0$ में P का ऐसा मान ज्ञात कीजिए जिससे समीकरण के मूल बराबर हो जायें।

प्रश्न 6. धूप में खड़े एक व्यक्ति की छाया, उसकी ऊँचाई का $\sqrt{3}$ गुना हो, तो उस समय सूर्य का उन्नयन कोण क्या होगा? 4

(अथवा) एक 20 मीटर ऊँचे प्रकाश स्तम्भ के शीर्ष से एक जहाज का अवनमन कोण 30° है। प्रकाश स्तम्भ एवं जहाज के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 7. किसी त्रिज्याखण्ड का क्षेत्रफल 1,540 वर्ग मीटर है। वह केन्द्र पर 50° का कोण अन्तरित करता है तो वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए। 4

(अथवा) यदि a लम्बाई, b चौड़ाई और c ऊँचाई वाले घनाभ का आयतन V हो तथा सम्पूर्ण पृष्ठ S हो,तो सिद्ध कीजिए कि-

$$\frac{1}{V}=\frac{2}{S}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$$

प्रश्न 8. एक बेलन के आधार का व्यास 14 सेमी और ऊँचाई 20 सेमी है। बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठ एवं आयतन ज्ञात कीजिए। 4

(अथवा) एक 8 सेमी व्यास वाले धातु के बेलन को पिघलाकर 12 सेमी व्यास वाले कितने गोले बनाये जा सकते है। बेलन की ऊँचाई 90 सेमी है।

प्रश्न 9. निम्नलिखित बारम्बारता बंटन का समान्तर माध्य लघुतर विधि से ज्ञात कीजिए- 4

प्राप्तांक	विद्यार्थियों की संख्या
10-20	6
20-30	8
30-40	13
40-50	7
50-60	4
60-70	2

(अथवा) यदि पाँच प्रक्षेणो $x, x+2, x+4, x+6, x+8$ का माध्य 11 है तो x का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 10. $x^2(y-z)+y^2(z-x)+z^2(x-y)$ के गुणनखण्ड ज्ञात कीजिए। 5

(अथवा) $\frac{x^4-3x+1}{x+3}$ में कौन-सा परिमेय व्यंजक जोड़ा जांये कि $\frac{x^2+1}{x-2}$ प्राप्त हो जाये?

प्रश्न 11. यदि α और β वर्ग समीकरण $ax^2+bx+c=0$ के मूल हो, तो $\frac{\alpha}{\beta}+\frac{\beta}{\alpha}$ का मान ज्ञात कीजिए। 5

(अथवा) एक संख्या और उसके व्युत्क्रम का योग $\frac{50}{7}$ है। वह संख्या ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 12. 1,500 रुपये का 5% प्रतिवर्ष की दर से 3 वर्षों का चक्रवृद्धि ब्याज व मिश्रधन सूत्र विधि से ज्ञात कीजिए। 5

(अथवा) एक घड़ी नकद 960 रुपये या 480 रुपये आंशिक भुगतान कर 245 रुपये की दो मासिक किश्तों पर दी गयी। किश्त योजना की ब्याज की दर ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 13. एक त्रिभुज की भुजायें क्रमशः 4 सेमी, 6 सेमी और 8 सेमी हैं। इसके परिगत वृत्त की रचना कीजिए। 5

(अथवा) एक समबाहु त्रिभुज की अन्तर्गत वृत्त खींचिये जिसकी एक भुजा 8 सेमी है।

प्रश्न 14. सर्वसमिका $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ को ज्यामितीय विधि से सिद्ध कीजिए। 5

(अथवा) निम्न सर्वसमिका को सिद्ध कीजिए-

$$\frac{\operatorname{cosec}\theta}{\operatorname{cosec}\theta - 1} + \frac{\operatorname{cosec}\theta}{\operatorname{cosec}\theta + 1} = 2\sec^2\theta$$

प्रश्न 15. यदि दो त्रिभुजों में एक का कोण दूसरे के संगत कोण के बराबर हो तथा इन कोणों को बनाने वाली भुजायें समानुपाती हों, तो सिद्ध कीजिए कि वे त्रिभुज समरुप होंगे। 6

(अथवा) ΔABC में, $\angle B$ न्यूनकोण है। AD शीर्ष लम्ब है तो सिद्ध कीजिए कि-

$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2BC.BD$.

प्रश्न 16. सिद्ध कीजिए कि किसी चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोणों की योग 180° होता है। 6

(अथवा) यदि PAB, O केन्द्र के एक वृत्त की छेदक रेखा है जो वृत्त को A और B बिन्दु पर काटती है तथा PT स्पर्श रेखा है, तो सिद्ध कीजिए कि-

$PA \times PB = PT^2$

प्रश्न 17. निम्नलिखित बारम्बरता बंटन की माध्यिका ज्ञात कीजिए- 6

वर्ग अन्तराल	बारम्बारता
0-20	10
20-40	17
40-60	26
60-80	22
80-100	15

अथवा) निम्नलिखित आँकड़ों से निर्वाह खर्च सूचकांक ज्ञात कीजिए-

वस्तु	मात्रा (किग्रा. में)	आधार वर्ष में मूल्य प्रति किग्रा. (रुपयों में)	वर्तमान वर्ष में मूल्य प्रति किग्रा. (रुपयों में)
चीनी	5	17	16
चाय	1	120	134
दाल	5	34	40
घी	2	180	190
गेहूँ	30	12	15
चावल	8	20	22

❑ ❑ ❑