

**सेम्पल पेपर — 2021 ( सेट :- I )**  
**उच्च गणित**  
**कक्षा – 12 वीं**

**समय : 3 घण्टा**

**पूर्णांक – 100**

**निर्देश :**

- विषय से संबंधित आधारभूत जानकारी के प्रश्न जिनके आधार पर इकाई एवं विषय वस्तु नियत है, पूछे जा सकते हैं।
- प्रश्न निम्नानुसार रहेंगे -

वस्तुनिष्ठ प्रश्न (Objective) 30 प्रतिशत	01 अंक
विषय पर आधारित प्रश्न (Subjective) 30 प्रतिशत	03 अंक (लगभग 75 से 100 शब्द)
विश्लेषणात्मक (Analytical) 40 प्रतिशत	04 अंक (लगभग 120 से 150 शब्द)
- विषय पर आधारित एवं विश्लेषणात्मक प्रश्नों में विकल्प इस प्रकार होंगे
  - 5 प्रश्नों में से कोई 3 प्रश्न हल करना अनिवार्य है।
  - 6 प्रश्नों में से कोई 4 प्रश्न हल करना अनिवार्य है।

**प्र. 1 रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए —**

- (अ) यदि  $|A| = 0$ , हो, तो आव्यूह A ..... होगा।
- (ब) सारणीक के उर्ध्वाधर अवयव ..... बनाते हैं।
- (स) फलन  $y = x(5-x)$ ,  $x = \dots\dots\dots$  पर उच्छिष्ट है।
- (द)  $\int \sec x dx$  का मान ..... है।
- (इ) अवकलन समीकरण  $e^x dy + (ye^x + 2x) dx = 0$  का व्यापक हल .....होता है।
- (फ) उद्देश्य फलन के अधिकतम या न्यूनतम मान को ..... कहते हैं।

प्र. 2 सही विकल्प चुनकर लिखिए —

(अ) समुच्चय { a, b } में द्विआधारी संक्रियाओं की संख्या है —

- |        |        |
|--------|--------|
| (a) 10 | (b) 16 |
| (c) 20 | (d) 8  |

(ब)  $\tan^{-1} x + \cot^{-1} x$  का मान होगा —

- |             |             |
|-------------|-------------|
| (a) $\pi/6$ | (b) $\pi/3$ |
| (c) $\pi/2$ | (d) $\pi$   |

(स)  $\log(\sin x)$  का  $x$  के सापेक्ष अवकलन होगा —

- |              |                              |
|--------------|------------------------------|
| (a) $\cot x$ | (b) $\operatorname{cosec} x$ |
| (c) $\tan x$ | (d) $\sec x$                 |

(द) चार कोटि वाले किसी अवकल समीकरण के व्यापक हल में उपस्थित स्वेच्छ अचरों की संख्या है —

- |       |       |
|-------|-------|
| (a) 0 | (b) 2 |
| (c) 1 | (d) 4 |

(इ) रैखिक प्रोग्रामन समस्या के उद्देश्य फलन में चर होते हैं —

- |             |                      |
|-------------|----------------------|
| (a) ऋणात्मक | (b) शून्य या ऋणात्मक |
| (c) शून्य   | (d) शून्य या धनात्मक |

(फ) एक पाँसे को फेंकने पर सम संख्या आने की प्रायिकता होगी—

- |           |           |
|-----------|-----------|
| (a) $1/4$ | (b) $1/2$ |
| (c) $1/3$ | (d) $1/8$ |

प्र. 3 सही जोड़ी बनाइए =

(क)

(ख)

1.  $\int \sin^{-1} x \, dx$

(i)  $\frac{1}{2} \tan x + c$

2.  $\int \tan x \, dx$

(ii)  $x \sin^{-1} x + \sqrt{1-x^2}$

3.  $\int \frac{1}{1 + \cos 2x} \, dx$

(iii)  $\tan x + c$

4.  $\int (1 + \tan^2 x) \, dx$

(iv)  $\log (\sec x) + c$  या  $-\log \cos x + c$

5.  $\int \sin^2 x \, dx$

(v)  $\frac{1}{2} \left( x - \frac{1}{2} \sin 2x \right)$

6.  $\int \cot x \, dx$

(vi)  $\log (\sin x) + c$

प्र. 4 सत्य / असत्य -

(अ)  $m \times n$  आव्यूह में  $m$  अवयव है ।

(ब) प्रत्येक फलन व्युत्क्रमणीय होता है ।

(स) गुणन संक्रिया क्रम - विनिमेय नियम का पालन करती है ।

(द) अवकलन समीकरण  $y = x^2 + 2x + c$  का हल  $3y' - 2x - 2 = 0$  है ।

(इ) यदि सम्भाव्य क्षेत्र रिक्त समुच्चय हो , तो समस्या का सीमाबद्ध हल होता है।

(फ) एक सिक्के को उछालने पर पुच्छ आने की प्रायिकता 1 है ।

**प्र. 5 एक वाक्य में उत्तर लिखिए –**

- (अ)  $\sin ( 2 \cos^{-1} x + \sin^{-1} x )$  का मान क्या होगा ?
- (ब) पंक्तियों तथा स्तम्भों के गुणनफल को मैट्रिक्स में क्या कहते हैं ?
- (स) सम्बन्ध  $a_1 b_2 - a_2 b_1 = 0$  को सारणीक के रूप में लिखिए ।
- (द)  $x = 1$  पर फलन  $f ( x ) = 2x + 3$  के सातत्य की जाँच कीजिए ।
- (इ) एक निश्चित क्रम में विशिष्ट चरणों में सम्पन्नित प्रक्रिया को क्या कहते हैं ?
- (फ) अवकलन समीकरण  $y^2 + 5y = 0$  की कोटि व घात ज्ञात कीजिए ।

**प्र. 6 विषय पर आधारित प्रश्न –**

**(क) निम्न में से कोई 3 प्रश्नों के उत्तर लिखिए –**

- (1) सिद्ध कीजिए कि समुच्चय  $\{(1, 2, 3)\}$  में  $(1, 2)$  तथा  $(2, 1)$  को अन्तर्विष्ट करने वाले तुल्यता सम्बन्धों की संख्या 2 है।
- (2) मान लीजिए कि  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{4, 5, 6, 7\}$  तथा  $f = \{(1, 4), (2, 5), (3, 6)\}$  A से B तक एक फलन है। सिद्ध कीजिए कि f एकैकी है।
- (3)  $\tan ( 3x + 3 )$  अवकलज ज्ञात कीजिए ।
- (4) अवकल समीकरण हल कीजिए :  
 $\sec^2 x \cdot \tan y \, dx + \sec^2 y \cdot \tan x \, dy = 0.$
- (5) एक पाँसे को फेंकने पर सम या विषम संख्या आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए ।

**(ख) निम्न में से कोई 3 प्रश्नों के उत्तर लिखिए –**

(1) यदि  $\tan^{-1}x + \tan^{-1}y + \tan^{-1}z = \pi/2$  हो, तो सिद्ध कीजिए की :  
 $xy + yz + zx = 1$ .

(2) यदि A एक वर्ग आव्यूह इस प्रकार है।

(3) a का वह न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए अन्तराल (1, 2) में  
 $f(x) = x^2 + ax + 1$ .

(4)  $\int x^2 \sin^{-1} x \, dx$  का मान ज्ञात कीजिए।

(5) वक्रों के कुल  $y = mx$  को निरूपित करने वाले अवकल समीकरण को ज्ञात कीजिए जबकि m एक सवेछ अचर है।

**(ग) निम्न में से कोई 4 प्रश्नों के उत्तर लिखिए –**

(1) k का मान ज्ञात कीजिए यदि त्रिभुज का क्षेत्रफल 4 वर्ग इकाई है जहाँ शीर्ष बिन्दु निम्नलिखित हैं- (k, 0), (4, 0) तथा (0, 2).

(2) दर्शाइए की बिन्दु A(a, b + c), B(b, c + a) और C(c, a + b) संरेख हैं।

(3) सरल रेखा  $y = 2x$ , X - अक्ष तथा कोटियों  $x = 0$  और  $x = 3$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

(4) यदि दो घनाकार पासों को एक साथ फेंका जाए, तो दोनों पासों पर अंकों का योग 7 से अधिक या 7 से कम आने की प्रायिकता क्या होगी?

(5)  $P = 3x + 5y$  एक उद्देश्य फलन है। सम्भाव्य क्षेत्र के शीर्षों के निर्देशांक (5, 0), (12, 0), (0, 5) (6, 0) हैं। उद्देश्य फलन का उच्चतम मान बताइए।

(6)  $Z = -3x + 4y$  एक उद्देश्य फलन है। सम्भाव्य क्षेत्र के शीर्षों के निर्देशांक (4, 0), (2, 3) तथा (0, 4) हैं। उद्देश्य फलन का निम्नतम मान बताइए।

### प्रश्न 7. विश्लेषणात्मक प्रश्न - ( 120 से 150 शब्द)

क) निम्नलिखित प्रश्नों में से किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

1. निम्नलिखित समाकलन को हल करो।

$$\int \sqrt{x} (3x^2 + 2x + 3) dx$$

2. अवकल समीकरण  $(1 + e^{2x}) dy + (1 + y^2)e^x dx = 0$  का एक विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया हुआ है कि  $y = 1$  यदि  $x = 0$

3. एक पासे को सात बार उछालने पर तथ्यतः दो बार 5 आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

4. सिद्ध कीजिए कि  $(-1, 1)$  में  $f(x) = x^2 - x + 1$  से प्रदत्त फलन न तो वर्धमान है और न ही हासमान है।

5. यदि  $\tan^{-1} x - 1x - 2 + \tan^{-1} x + 1x + 2 = \pi/4$ , तो  $x$  का मान ज्ञात कीजिए।

ख) निम्नलिखित प्रश्नों में से किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

1. कारण सहित बतलाइए कि क्या निम्नलिखित फलनों के प्रतिलोम हैं-

(i)  $f: \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{10\}$  जहाँ

$f = \{(1, 10), (2, 10), (3, 10), (4, 10)\}$

(ii)  $g: \{5, 6, 7, 8\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$  जहाँ

$g = \{(5, 4), (6, 3), (7, 4), (8, 2)\}$

(iii)  $h: \{2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{7, 9, 11, 13\}$  जहाँ

$h = \{(2, 7), (3, 9), (4, 11), (5, 13)\}$

2. तीसरे स्तम्भ के अवयवों के सहखण्डों का प्रयोग करके का मान ज्ञात क

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & x & yz \\ 1 & y & zx \\ 1 & z & xy \end{vmatrix}$$

3. निम्नलिखित का मान ज्ञात करो

$$\text{Cos} (\log x + ex)$$

4. निम्नलिखित का मान ज्ञात करो

5. वक्रों  $y = x^2 + 2$ ,  $y = x$ ,  $x = 0$  एवं  $x = 3$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात

$$= \int_0^2 \frac{dx}{x + 4 - x^2}$$

कीजिए।

ग) निम्नलिखित प्रश्नों में से किन्हीं 4 प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

1. समाकलन का उपयोग करते हुए एक ऐसे त्रिकोणीय क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी भुजाओं के 'समीकरण  $y = 2x + 1$ ,  $y = 3x + 1$  एवं  $x = 4$  हैं।
2. निम्नलिखित के प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए-
  - (i) एक सिक्के की दो उछालों में चित्तों की संख्या का
  - (ii) तीन सिक्कों को एक साथ एक बार उछालने पर पटों की संख्या का
3. एक कारखाने में टेनिस के रैकेट तथा क्रिकेट के बल्ले बनते हैं। एक टेनिस रैकेट बनाने के लिए 1.5 घंटा यांत्रिक समय तथा 3 घंटे शिल्पकार का समय लगता है। एक क्रिकेट बल्ले को तैयार करने में 3 घंटे यांत्रिक समय तथा 1 घंटा शिल्पकार का समय लगता है। एक दिन में कारखाने में विभिन्न यंत्रों पर उपलब्ध यांत्रिक समय के 42 घंटे और शिल्पकार समय के 24 घंटे से अधिक नहीं हैं।
  - (i) रैकेटों और बल्लों को कितनी संख्या में बनाया जाए ताकि कारखाना पूरी क्षमता से कार्य करे?
  - (ii) यदि रैकेट और बल्ले पर लाभ क्रमशः Rs 20 तथा Rs 10 हों तो कारखाने का अधिकतम लाभ ज्ञात कीजिए यदि कारखाना पूरी क्षमता से कार्य करे।
4. निम्नलिखित अवकल समीकरण का व्यापक हल ज्ञात कीजिए

$$(1 + x^2)dy + 2xy dx = \cot x dx \quad (x \neq 0)$$

5. वक्रों  $(x - 1)^2 + y = 1$  एवं  $x^2 + y^2 = 1$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

6. A का व्युत्क्रम ज्ञात करो

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$