

निर्देश :

1. सभी प्रश्न हल करना अनिवार्य है।
2. प्रश्नों के लिए आवंटित अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।
3. प्रश्न क्र. 1 से प्रश्न क्र. 5 तक वस्तुनिष्ठ प्रश्न हैं।
4. प्रश्न क्र. 6 से प्रश्न 23 तक प्रत्येक प्रश्न में आंतरिक विकल्प दिया गया है।

प्र.1. सही विकल्प चुनकर लिखिये।

1 × 6 = 6

- (i) तीन कोटि वाले किसी अवकल समीकरण के विशिष्ट हल में उपस्थित स्वेच्छ अक्षरों की संख्या है :  
 (A) 3 (B) 2 (C) 1 (D) 0

- (ii) मान लीजिए कि समुच्चय N में,  $R = \{(a, b) : a = b - 2, b > 6\}$  द्वारा प्रदत्त संबंध R है।

तब :

- (A)  $(2, 4) \in R$  (B)  $(3, 8) \in R$

- (C)  $(6, 8) \in R$  (D)  $(8, 7) \in R$

- (iii) यदि  $\cos^{-1} x = y$ , तो

- (A)  $0 \leq y \leq \pi$  (B)  $-\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}$

- (C)  $0 < y < \pi$  (D)  $-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$

- (iv)  $3 \times 3$  कोटि के ऐसे आव्यूहों की कुल कितनी संख्या होगी जिनकी प्रत्येक प्रविष्टि 0 या 1 है?

- (A) 27 (B) 18

- (C) 81 (D) 512

- (v) यदि  $\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$  और  $a_{ij}$  का सहखंड  $A_{ij}$  हो तो  $\Delta$  का मान

निम्नलिखित रूप में व्यक्त किया जाता है:

- (A)  $a_{11}A_{31} + a_{12}A_{32} + a_{13}A_{33}$  (B)  $a_{11}A_{11} + a_{12}A_{21} + a_{13}A_{31}$

- (C)  $a_{21}A_{11} + a_{22}A_{12} + a_{23}A_{13}$  (D)  $a_{11}A_{11} + a_{21}A_{21} + a_{31}A_{31}$

- (vi) यदि  $x = at^2$ ,  $y = 2at$  है तो  $\frac{dy}{dx}$  का मान होगा :

- (A)  $\frac{1}{t}$  (B)  $\frac{1}{t^2}$

- (C)  $-\frac{1}{t^2}$  (D)  $-\frac{1}{t}$

प्र. 2. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए:

1 × 7 = 7

- वृत्त  $x^2 + y^2 = 49$  द्वारा घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ... वग इकाई होगा।
- अवकल समीकरण  $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - x \cos x = 0$  की कोटि ..... है।
- एक सदिश जिसके आदि और अंतिम बिन्दु संपाती होते ह, ..... सदिश कहलाता है।
- किसी रेखा की दिक्कोज्याओं के वर्गों का योग ..... होता है।
- समाकलन, अवकलन का ..... प्रक्रम है।
- समुच्चय  $A$  पर परिभाषित संबंध तुल्यता संबंध कहलाता है, यदि  $R$  स्वतुल्य, सममित तथा ..... है।
- $\tan^{-1} x + \dots = \frac{\pi}{2}$ ,  $x \in R$ .

प्र. 3. सही जोड़ी मिलाइए:

1 × 6 = 6

स्तम्भ - A	स्तम्भ - B
(i). $\int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx$	(a). $\log x + \sqrt{x^2 + a^2}  + C$
(ii). $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 - a^2}} dx$	(b). $\frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + C$
(iii). $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}} dx$	(c). $\frac{1}{2a} \log \left  \frac{x-a}{x+a} \right  + C$
(iv). $\int \frac{1}{a^2 + x^2} dx$	(d). $\sin^{-1} \frac{x}{a} + C$
(v). $\int \frac{1}{x^2 - a^2} dx$	(e). $\frac{1}{2a} \log \left  \frac{a+x}{a-x} \right  + C$
(vi). $\int \frac{1}{a^2 - x^2} dx$	(f). $\log x + \sqrt{x^2 - a^2}  + C$

प्र. 4. एक वाक्य / शब्द में उत्तर लिखिए:

1 × 7 = 7

- एक उत्पाद की  $x$  इकाइयों के विक्रय से प्राप्त कुल आय रूपों में  $R(x) = 3x^2 + 36x + 5$  से प्रदत्त है। जब  $x = 15$  है तब सीमांत आय कितनी होगी?
- $x = 2$  पर वक्र  $y = x^3 - x$  की स्पश रेखा की प्रवणता का मान कितना होगा?
- यदि  $f(x) = |x|$  तथा  $g(x) = |5x - 2|$  तो  $g \circ f$  का मान क्या होगा?
- आव्यूह  $\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}$  का परिवर्तन क्या होगा?
- यदि  $A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$  तथा  $A + A' = I$ , तो  $\alpha$  का मान क्या होगा?
- $\int_2^3 x^2 dx$  का मान क्या होगा?
- सदिश  $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$  के दिक्-कोसाइन लिखिए।

प्र. 5. निम्नलिखित के लिए सत्य/असत्य लिखिए:

- (i) समतल  $6x + 2y + 3z = 7$  पर मूलबिन्दु से डाले गये लंब की लंबाई 1 इकाई होगी।
- (ii) सारणिक  $\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}$  का मान 5 है।
- (iii)  $\tan 2x$  का  $\lambda$  के सापेक्ष अवकलन  $\sec^2 2x$  होता है।
- (iv)  $i.(j \times k) + j.(i \times k) + k.(i \times j)$  का मान 0 होगा।
- (v)  $x, y$  और  $z$  अक्षों पर क्रमशः 2, 3 और 4 अंतःखंड काटने वाले समतल का समीकरण  $2x + 3y + 4z = 0$  है।
- (vi) सदिश  $3\hat{i} + \hat{j} - 4\hat{k}$  और  $2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$  परस्पर लम्बवत सदिश है।

प्र. 6. क्या समुच्चय  $A = \{x \in \mathbb{Z} : 0 \leq x \leq 12\}$ , म  $R = \{(a, b) : a = b\}$  द्वारा परिभाषित संबंध एक संक्रामक संबंध है। जाँच कीजिए।

2

अथवा

सिद्ध कीजिए कि  $f(x) = 2x$  द्वारा प्रदत्त फलन  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ , एकैकी है किन्तु आच्छादक नहीं है।

प्र. 7. यदि  $2 \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 1 & 8 \end{bmatrix}$  तो  $x$  और  $y$  के मान ज्ञात कीजिए।

2

अथवा

यदि  $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$  तथा  $B = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$  है तो  $AB$  का मान ज्ञात कीजिए।

प्र. 8. दशाइए कि  $f(x) = \sin(x^2)$  द्वारा परिभाषित फलन, एक संतत फलन है।

2

अथवा

$x = 3$  पर फलन  $f(x) = 2x^2 - 1$  के सांतत्य की जाँच कीजिए।

प्र. 9. किसी आयत की लंबाई  $x$ ,  $3 \text{ cm/min}$  की दर से घट रही है और चौड़ाई  $y$ ,  $2 \text{ cm/min}$

2

की दर से बढ़ रही है। जब  $x = 10 \text{ cm}$  और  $y = 6 \text{ cm}$  है तब आयत के क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए।

अथवा

एक वृत्त की त्रिज्या समान रूप से  $3 \text{ cm/s}$  की दर से बढ़ रही है। ज्ञात कीजिए कि वृत्त का क्षेत्रफल किस दर से बढ़ रहा है जब त्रिज्या  $10 \text{ cm}$  है।

प्र. 10.  $\int \frac{1}{x + x \log x} dx$  का मान ज्ञात कीजिए।

2

अथवा

$\int x e^x dx$  का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.11.  $\int \frac{1}{e^x - 1} dx$  का मान ज्ञात कीजिए। 2

अथवा

$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{x + \cos x} dx$  का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.12. सदिश  $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$  के अनुदिश मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए। 2

अथवा

सदिश  $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$  तथा  $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$  के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

प्र.13. एक रेखा की दिक्-कोसाइन ज्ञात कीजिए जो निदर्शांशों के साथ समान कोण बनाती है। 2

अथवा

एक रेखा का कार्तीय समीकरण  $\frac{x-5}{3} = \frac{y+4}{7} = \frac{z-6}{2}$  है। इसका सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए।

प्र.14. उस समतल का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए, जो बिंदु  $(5, 2, -4)$  से जाता है 2

और  $2, 3, -1$  दिक्-अनुपात वाली रेखा पर लम्ब है।

अथवा

दशाइए कि रेखाएँ  $\frac{x+3}{-3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-5}{5}$  तथा  $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-5}{5}$  सह-तलीय हैं ॥

प्र. 15. यदि  $2x + 3y = \sin x$  तो  $\frac{dy}{dx}$  का मान ज्ञात कीजिए। 2

अथवा

$e^{\sin^{-1} x}$  का  $x$  के सापेक्ष अवकलन ज्ञात कीजिए।

प्र.16. सिद्ध कीजिए कि  $\tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{2}{11} = \tan^{-1} \frac{3}{4}$ . 3

अथवा

सिद्ध कीजिए कि  $3\sin^{-1} x = \sin^{-1}(3x - 4x^3)$ ,  $x \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ .

प्र.17. आव्यूह  $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$  को एक सममित आव्यूह तथा एक विषम सममित आव्यूह के 3

योगफल के रूप में व्यक्त कीजिए।

अथवा

यदि  $F(x) = \begin{bmatrix} \cos x & -\sin x & 0 \\ \sin x & \cos x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  है तो सिद्ध कीजिए कि  $F(x) \cdot F(y) = F(x+y)$ .

प्र. 18. एक  $2 \times 2$  आव्यूह  $A = [a_{ij}]$  की रचना कीजिए, जिसके अवयव  $a_{ij} = \frac{i}{j}$  द्वारा प्रदत्त ह। 3

अथवा

यदि  $A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$  हो तो सत्यापित कीजिए कि  $A'A = I$ .

प्र. 19. वक्र  $y = x^3 - 11x + 5$  पर उस बिंदु को ज्ञात कीजिए जिस पर स्पर्श रेखा  $y = x - 11$  है। 3

अथवा

वक्र  $x = 1 - a \sin \theta$ ,  $y = b \cos^2 \theta$  के  $\theta = \frac{\pi}{2}$  पर अभिलंब की प्रवणता ज्ञात कीजिए।

प्र. 20. यदि  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$  हो, तो दिखाइए  $|3A| = 27|A|$ . 4

अथवा

सिद्ध कीजिए कि  $\begin{vmatrix} a^2 + 1 & ab & ac \\ ab & b^2 + 1 & bc \\ ca & cb & c^2 + 1 \end{vmatrix} = 1 + a^2 + b^2 + c^2$ .

प्र. 21. यदि  $y = (\tan^{-1} x)^2$  है तो दिखाइए कि  $(x^2 + 1)^2 y_2 + 2x(x^2 + 1)y_1 = 2$  है। 4

अथवा

फलन  $\cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 3x$  का  $x$  के सापेक्ष अवकलन ज्ञात कीजिए।

प्र. 22. दीघवृत्त  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 4

अथवा

वक्र  $y^2 = x$ , रेखाओं  $x = 1, x = 4$  एवं  $x$ -अक्ष से घिरे क्षेत्र का प्रथम पाद में क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

प्र. 23. अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x^2$  का व्यापक हल ज्ञात कीजिए। 4

अथवा

अवकल समीकरण  $e^x \tan y dx + (1 - e^x) \sec^2 y dy = 0$  का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

\*\*\*\*\*

<https://www.mpboardonline.com>

Whatsapp @ 9300930012

Send your old paper & get 10/-

अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायरे,

Paytm or Google Pay से