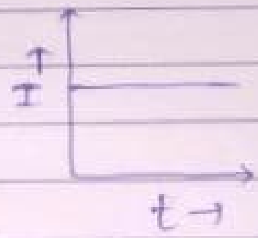
अध्याय-10. प्रत्यावर्ती धारा
(Alternating-Current)

यदि धारा को समय के फलन के रूप में व्यक्त किया जावे तब फलन के आधार पर धारा का नामकरण किया जाता है। विभिन्न प्रकार की धाराएँ निम्न प्रकार प्रदर्शित है।

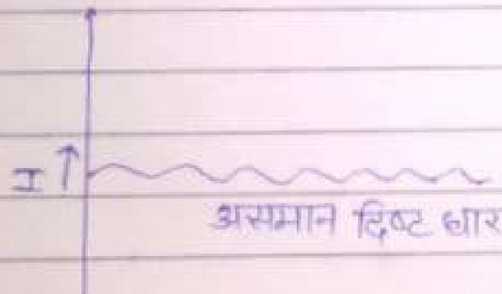
1. दिष्ट धारा (Direct-Current):-

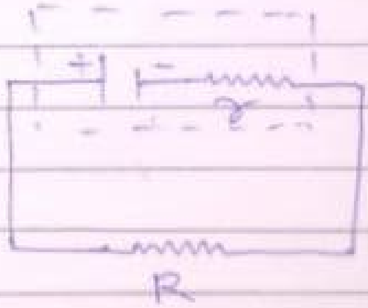
यदि किसी परिपथ में प्रवाहित होने वाली धारा समय के साथ परिमाण तथा दिशा में नियत हो तब धारा को दिष्ट धारा कहते हैं।

$$I(t) = \text{Constant}$$



यदि दिष्ट धारा स्रोत जैसे बैटरी का आन्तरिक प्रतिरोध नगण्य नही हो तब इस परिस्थिति में विद्युत धारा में क्षणिक परिवर्तन होते हैं इस प्रकार की धारा को असमान दिष्ट धारा कहते हैं।



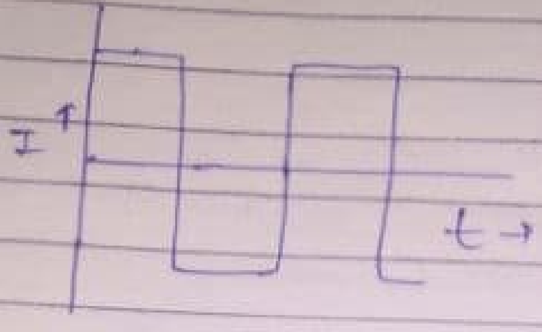


2. प्रत्यावर्ती धारा:-

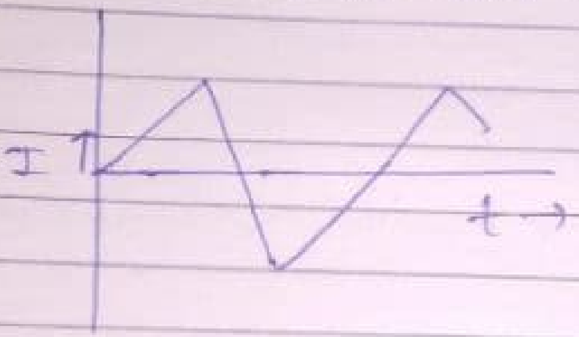
यदि किसी परिपथ में प्रवाहित धारा समय के साथ आवर्ती रूप से परिवर्तित हो तब धारा को प्रत्यावर्ती धारा कहते हैं।

धारा तथा समय के मध्य बनने वाले ग्राफ की आकृति के अनुरूप प्रत्यावर्ती धारा निम्न प्रकार की संभव हैं।

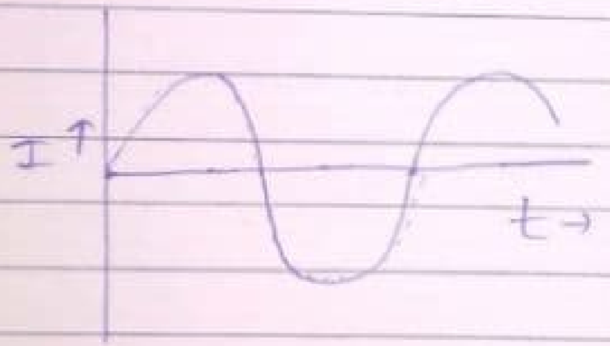
(i) वर्गाकार प्रत्यावर्ती धारा :-



(ii) त्रिभुजाकार प्रत्यावर्ती धारा -



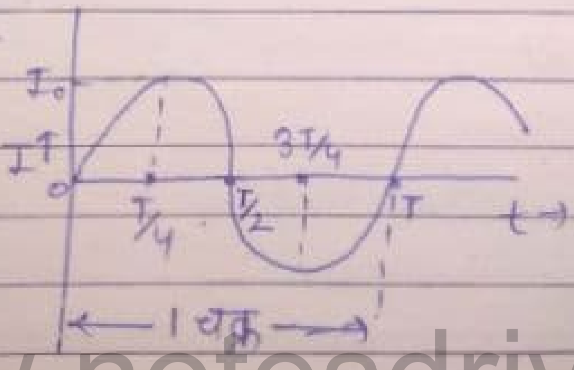
(iii) ज्यावक्रीय प्रत्यावर्ती धारा -



सामान्य रूप से प्रत्यावर्ती धारा को ज्यावक्रीय प्रत्यावर्ती धारा के रूप में प्रदर्शित किया जाता है

* ज्यावक्रीय प्रत्यावर्ती धारा :-

(i) <u>ग्राफ</u> :-



(ii) समीकरण –

$$I = I_0 \sin\omega t$$

जहाँ-

I = धारा का तात्क्षणिक मान

I_0 = धारा का शिखर मान / अधिकतम मान

ωt = t समय पर कला (Phase)

ω = कोणीय आवृत्ति

$\omega = 2\pi/T = 2\pi f$

$f = 1/T$

$T = 2\pi/\omega$

प्रत्यावर्ती धारा स्त्रोत को —(~)— संकेत द्वारा प्रदर्शित करते हैं

* प्रत्यावर्ती धारा का माध्यमान:-

विभिन्न परिस्थितियों में माध्य मान भिन्न-भिन्न प्राप्त होते हैं:-

(i) पूर्ण चक्र के लिए प्रत्यावर्ती धारा का माध्य मान:-

$$\bar{I} = \frac{\text{कुल प्रवाहित आवेश}}{\text{कुल समय}}$$

$$\bar{I} = \frac{\int_0^T I.dt}{\int_0^T dt}$$

$$\bar{I} = \frac{\int_0^T (I_0 \sin\omega t)dt}{\int_0^T dt}$$

$$\bar{I} = \frac{I_0}{T}\int_0^T (\sin\omega t)\, dt$$

सम $+1$ विषम -1

$T = \frac{2\pi}{\omega}$ $\quad \sin n\pi = 0$

$$\bar{I} = \frac{I_0}{T}\left[-\frac{\cos\omega t}{\omega}\right]_0^{T}$$

$$\bar{I} = \frac{I_0}{T\omega}\left[-\cos\omega\cdot\frac{2\pi}{\omega} + \cos 0^\circ\right]$$

$$\bar{I} = \frac{I_0}{T\omega}\left[-1+1\right]$$

$$\boxed{\bar{I} = 0}$$

अर्थात एक पूर्ण चक्र के लिए प्रत्यावर्ती धारा का औसत मान शून्य प्राप्त होता है।

प्रथम धनात्मक अर्द्ध चक्र के लिए प्रत्यावर्ती धारा का माध्य मान :-

$$\bar{I}_{+ve\ half\ cycle} = \frac{\int_0^{T/2} I.dt}{\int_0^{T/2} dt}$$

$$= \frac{\int_0^{T/2} (I_0 \sin\omega t)dt}{\int_0^{T/2} dt}$$

$$= \frac{2I_0}{T}\int_0^{T/2} (\sin\omega t)dt$$

$$\frac{T}{2} = \frac{2\pi}{\omega}\cdot\frac{1}{2} = \frac{\pi}{\omega}$$

$$= \frac{2I_0}{T}\left[-\frac{\cos\omega t}{\omega}\right]_0^{T/2}$$

$$= \frac{2I_0}{T\omega}\left[-\cos\omega\cdot\frac{\pi}{\omega} + \cos 0^\circ\right]$$

$$= \frac{2I_0}{T\omega}[1+1] = \frac{4I_0}{\frac{2\pi}{\omega}\cdot\omega}$$

$$\boxed{\bar{I}_{+ve\ half\ cycle} = \frac{2I_0}{\pi} = 0.636\ I_0}$$

इसी प्रकार प्रथम ऋणात्मक अर्द्धचक्र हेतु -

$$\boxed{\bar{I}_{-ve\ half\ cycle} = -0.636\ I_0}$$

अतः पूर्ण चक्र हेतु -

$$\boxed{\bar{I} = 0}$$

imp. * प्रत्यावर्ती धारा का वर्गमाध्य मूल मान (Root mean Square (rms) value of A.C.)

किसी चालक में प्रत्यावर्ती धारा के rms मान के कारण उत्पन्न ऊष्मा तथा उतने ही निश्चित समय अन्तराल में दिष्ट धारा के कारण उत्पन्न ऊष्मा के मान परस्पर समान होते हैं अतः प्रत्यावर्ती धारा के rms मान को समतुल्य दिष्ट मान अथवा प्रभावी या आभासी धारा कहते हैं।

प्रत्यावर्ती धारा पूर्ण चक्र हेतु वर्ग माध्य मान

$$\overline{I^2} = \frac{\int_0^T I^2 dt}{\int_0^T dt}$$

$$\overline{I^2} = \frac{1}{T}\int_0^T (I_0^2 \sin^2\omega t)\, dt$$

$$= \frac{I_0^2}{T}\int_0^T \left(\frac{1-\cos 2\omega t}{2}\right) dt$$

$$= \frac{I_0^2}{2T}\left\{\int_0^T dt - \int_0^T (\cos 2\omega t)\, dt\right\}$$

$$= \frac{I_0^2}{2T}\left\{T - \left[\frac{\sin 2\omega t}{2\omega}\right]_0^{T=\frac{2\pi}{\omega}}\right\}$$

$$= \frac{I_0^2}{2} - \frac{I_0^2}{4T\omega}\left[\sin 2\omega \cdot \frac{2\pi}{\omega} - \sin 0\right]$$

$$\boxed{\overline{I^2} = \frac{I_0^2}{2}}$$

उपरोक्त गणनाओ के आधार पर -

$$I_{rms} = \sqrt{\overline{I^2}}$$

$$\boxed{I_{rms} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}}$$

$$\boxed{I_{rms} = 0.707\, I_0}$$

Note:- साधारण वोल्टमीटर तथा अमीटर को प्रत्यावर्ती वोल्टता अथवा प्रत्यावर्ती धारा के मापन हेतु प्रयुक्त नही किया जासकता क्योंकि प्रत्यावर्ती धारा की दिशा निरन्तर रूप से परिवर्तनशील है। अतः इन उपकरणों की सुई प्रत्यावर्ती धारा की दिशा के अनुरूप गति करने में सक्षम नही है।

प्रत्यावर्ती धारा अथवा वोल्टता की मापने के लिए तप्त तार उपकरणो का उपयोग किया जाता है इन उपकरणो में गतिशील भाग का विक्षेप धारा के वर्ग (I^2) के समानुपाती होता है जैसे:-

1 : 2 : 3 : 4 : ..... मान की धाराओ के लिए चिन्ह
1 : 4 : 9 : 16 : ..... दूसर दूरियो पर स्थित होंगे।

प्रत्यावर्ती विद्युत वाहक बल :-

यदि किसी वोल्टता स्त्रोत से प्राप्त विद्युत वाहक बल समय के साथ आवृत्ति रूप से परिवर्तित हो तब इस प्रकार के विद्युत वाहक बल को प्रत्यावर्ती वि० वा० बल कहते है।

A.C. Voltage का समी० -

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin\omega t$$

विभिन्न माध्य मान -

$$\bar{\mathcal{E}} = 0$$

$$\overline{\mathcal{E}^2} = \frac{\mathcal{E}^2}{2}$$

$$\sqrt{\overline{\mathcal{E}^2}} = \frac{\mathcal{E}}{\sqrt{2}} = 0.707\,\mathcal{E}_0$$

भारतवर्ष में घरो में पर Power supply को (220V, 50Hz) से प्रदर्शित करते है।

अर्थात्-

$$\mathcal{E}_{rms} = 220V.$$

$$f = 50Hz$$; धारा के परिवर्तन की आवृत्ति

$$\mathcal{E}_{rms} = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{2}}$$

$$\mathcal{E}_0 = \mathcal{E}_{rms} \times \sqrt{2}$$

$$= 220 \times 1.414$$

$$\mathcal{E}_0 = 311 \text{ Volt}$$

कोणीय आवृत्ति $\omega = 2\pi f$

$= 2\pi \times 50 = 100 \times 3.14$

$\omega = 314 \, rad/sec$

आवर्तकाल :- $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} = 0.02 \, sec.$

अमेरिका में घरो पर Power Supply को (110 volt, 60 Hz) से प्रदर्शित करते है।

प्रत्यावर्ती धारा की विशेषताऐं:-

1. गुण :-

(i) प्रत्यावर्ती धारा का उत्पादन, प्रेषण व वितरण दिष्ट धारा की तुलना में अधिक सुविधाजनक एवं सस्ता है

(ii) दिष्टकारी की सहायता से प्रत्यावर्ती धारा को, दिष्ट धारा मे सरलतापूर्वक परिवर्तित किया जा सकता है।

(iii) ट्रांसफॉर्मर की सहायता से उच्च ~~बोल~~ प्रत्यावर्ती वोल्टता को निम्न तथा निम्न प्रत्यावर्ती वोल्टता को उच्च प्रत्यावर्ती वोल्टता में परिवर्तित किया जा सकता है।

2. दोष:-

(i) दिष्ट धारा की तुलना मे प्रत्यावर्ती धारा अधिक खतरनाक हो सकती है क्योंकि प्रत्यावर्ती वोल्टता का शिखर मान उसके rms मान का $\sqrt{2}$ गुना होता है।

(ii) प्रत्यावर्ती धारा किसी तार के समस्त अनुप्रस्थ काँट क्षेत्र से समान रूप से प्रवाहित नही होती अपितु तार की सतहो पर धारा का घनत्व अपेक्षाकृत अधिक होता है। इसे त्वचिक प्रभाव (skin effect) कहते हैं।

(iii) विद्युत अपघटन विधि में प्रत्यावर्ती धारा का उपयोग नही किया जा सकता।

प्रश्न :- प्रत्यावर्ती धारा $I = I_1 \cos\omega t + I_2 \sin\omega t$ के लिए धारा का rms मान ज्ञात करो।

उत्तर :-

$$I = I_1 \cos\omega t + I_2 \sin\omega t$$

$$I_{rms} = ?$$

We know that

$$I_{rms} = \sqrt{\overline{I^2}}$$

$$\overline{I^2} = \frac{\int_0^T (I_1^2 \cos^2\omega t + I_2^2 \sin^2\omega t + 2 I_1 I_2 \sin\omega t \cos\omega t)\,dt}{\int_0^T dt}$$

$$= \frac{1}{T}\left[I_1^2 \int_0^T \cos^2\omega t\,dt + I_2^2 \int_0^T \sin^2\omega t\,dt + I_1 I_2 \int_0^T \sin 2\omega t\,dt\right]$$

$$= \frac{1}{T}\left[I_1^2 \cdot \frac{T}{2} + I_2^2 \cdot \frac{T}{2} + 0\right]$$

$$= \frac{1}{2} \cdot I_1^2 + \frac{1}{2} I_2^2$$

$$= \frac{1}{2}\left[I_1^2 + I_2^2\right]$$

अतः :- $I_{rms} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(I_1^2 + I_2^2)}$

प्रश्न no. 2 किसी 50Hz आवृत्ति के ज्यावक्रीय प्रत्यावर्ती वोल्टता का वर्गमाध्य मूल मान $200\sqrt{2}$V है तो इसकी तात्क्षणिक वोल्टता का समी० (t समय पर) लिखो।

Ans. $\varepsilon_{rms} = 200\sqrt{2}$ V, $f = 50H_z$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \sin\omega t$$

$$\varepsilon = \varepsilon_{rms} \times \sqrt{2} \sin(2\pi f)t$$

$$\varepsilon = 200\sqrt{2} \times \sqrt{2} \sin(2 \times 3.14 \times 50)t$$

$$\boxed{\varepsilon = 400 \sin 314t}\ V.$$

प्रश्न 10.3 प्रत्यावर्ती वोल्टता का मान $V = 400\sin 100\pi t$ है तो इस वोल्टता की आवृत्ति ज्ञात करो।

उत्तर - $E = 400\sin 100\pi t$ —(1)

$E = E_0 \sin(2\pi f)t$ —(2)

समी० (1) व (2) की तुलना

$2f = 100$

$\boxed{f = 50Hz}$

प्रश्न 10.4 किसी प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में धारा का शिखर मान 5A है यदि परिपथ में (i) प्रत्यावर्ती धारा अमीटर (ii) दिष्ट धारा अमीटर जोड़े तो उनके पाठ्यांक क्या होंगे?

Ans: $I_0 = 5A$.

(i) $I_{rms} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{5}{1.414} = 3.535A$

(ii) दिष्ट धारा अमीटर धारा के औसत मान को जोड़ता है लेकिन प्रत्यावर्ती धारा का औसत मान शून्य होता है अतः

$\boxed{I = 0}$

प्रश्न 10.5 किसी परिपथ में वोल्टता का वर्ग माध्य मूल 220V है तो वोल्टता का शिखर मान ज्ञात करो।

उत्तर - $E_{rms} = \frac{E_0}{\sqrt{2}}$, $E_{rms} = 220V$

$220 = \frac{E_0}{\sqrt{2}}$

$E_0 = 220 \times 1.414$

$E_0 = 311.080V$

प्रश्न 10.6 प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में धारा का मान निम्न है ($I = 3\sin 2\pi t$)। ज्ञात करे - (i) धारा का वर्ग माध्य मूल मान (ii) $t = \frac{1}{2}$ s पर धारा का तात्क्षणिक मान

Ans: (i) $I_{rms} = 3\sin 2\pi t$ —(1)

$I_{rms} = I_0 \sin(2\pi f)t$ —(2)

(1) व (2) की तुलना से

$I_0 = 3$

$I_{rms} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3}{1.414}$

$\boxed{I_{rms} = 2.12A}$

(ii) $I = 3\sin 2\pi t$

$t = \frac{1}{2}$

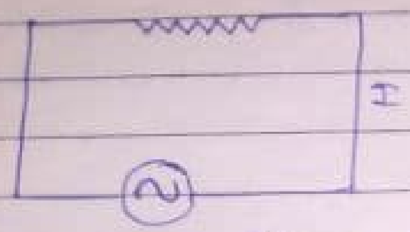
$I = 3\sin 2\pi \times \frac{1}{2}$

$\boxed{I = 0}$

* प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में विभिन्न घटक :-

1. शुद्ध प्रतिरोधीय परिपथ :- (Pure Resistance)

(i) Electrical Circuit :-



(ii) Applied Emf (आरोपित बल) :-

$$E = E_0 \sin\omega t$$

हम जानते हैं कि —

$$I = \frac{E}{R} = \frac{E_0}{R}\sin\omega t$$

(iii) A.C. Current —

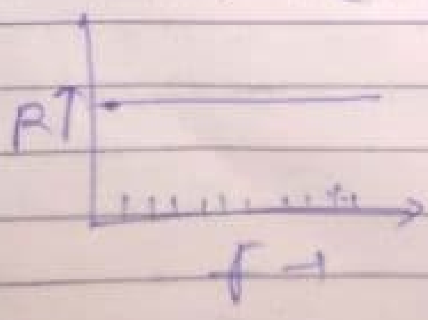
$$I = I_0 \sin\omega t$$

जहाँ $I_0 = \frac{E_0}{R}$ = peak value

(iv) opposition of current (धारा का विरोध)

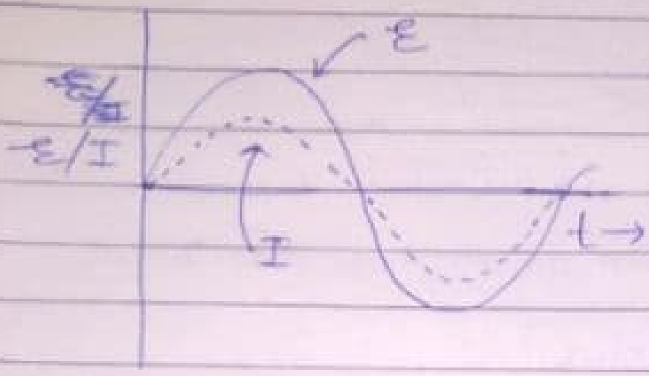
$$= \frac{E_0}{I_0} = \frac{E_0}{E_0/R} = R$$

* प्रतिरोध का मान, आवृत्ति से प्रभावित नहीं होता है।

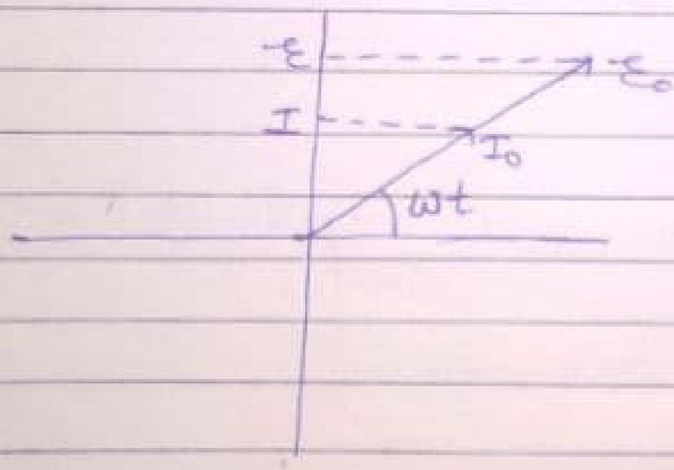


(v) किसी क्षण t पर विद्युत वाहक बल की कला ωt एवं धारा की कला ωt है अर्थात वि॰ वा॰ बल एवं धारा समान कला में है अतः कलान्तर का मान शून्य होगा।

(vi) तरंग चित्र :-

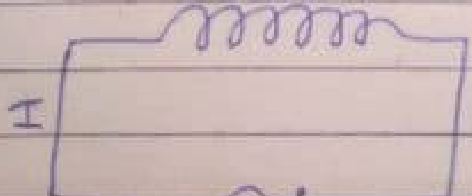


(vii) कलान्तर को प्रदर्शित करने के लिए फेजर चित्र का उपयोग करते हैं। फेजर चित्र बनाते समय धारा एवं विद्युत वाहक बल को सदिश रूप में मानते हैं तथा सदिश की लंबाई को उनके परिमाण के समानुपाती व्यक्त करते हैं दोनो सदिशो के मध्य का कोण उतना बनाया जाता है जितना उनके मध्य कलान्तर है।



2. शुद्ध प्रेरकीय परिपथ (Pure Inductance) :-

(i) विद्युत परिपथ -



2. आरोपित वि० वा० बल -

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin\omega t \quad \text{---} (1)$$

हम जानते हैं कि -

$$e = -L\frac{dI}{dt}$$

$$\mathcal{E}_0 \sin\omega t = L\frac{dI}{dt}$$

$$dI = \frac{\mathcal{E}_0}{L}\sin\omega t\,dt$$

दोनो पक्षों का समाकलन करने पर -

$$I = \frac{\mathcal{E}_0}{L}\int \sin\omega t\,dt$$

$$= \frac{\mathcal{E}_0}{L}\left(\frac{-\cos\omega t}{\omega}\right)$$

$$= \frac{\mathcal{E}_0}{\omega L}\sin\left(\frac{\pi}{2} - \omega t\right)$$

$$\because \sin(-\theta) = -\sin\theta$$

$$= \frac{\mathcal{E}_0}{\omega L}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \quad \text{---} (2)$$

3. $I = I_0 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$: प्रत्यावर्ती धारा

जहाँ $I_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{\omega L}$

4. धारा का विरोध -

$$= \frac{\mathcal{E}_0}{I_0} = \frac{\mathcal{E}_0}{\mathcal{E}_0/\omega L}$$

$$\boxed{X_L = \omega L = 2\pi f(L)}$$

• X_L को कुण्डली का प्रभावी प्रतिरोध / प्रेरकीय प्रतिघात कहते है।

प्रेरकीय प्रतिघात का मात्रक Ω (ओम) है
यह शुद्ध प्रेरकीय परिपथ मे धारा को वैसे ही नियंत्रित करता है जैसे कि शुद्ध प्रतिरोधीय परिपथ मे प्रतिरोध ।

* यदि परिपथ मे प्रवाहित धारा D.C. हो तब –

$$f = 0$$

अत: –

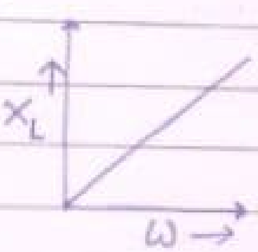
$$X_L = 0$$

अर्थात दिष्ट धारा सुगमता से प्रवाहित होगी।
यदि प्रवाहित होने वाली धारा प्रत्यावर्ती है तथा $f = max.$ है तब –

$$X_L = Max. \quad / \text{ A.C. Blocked}$$

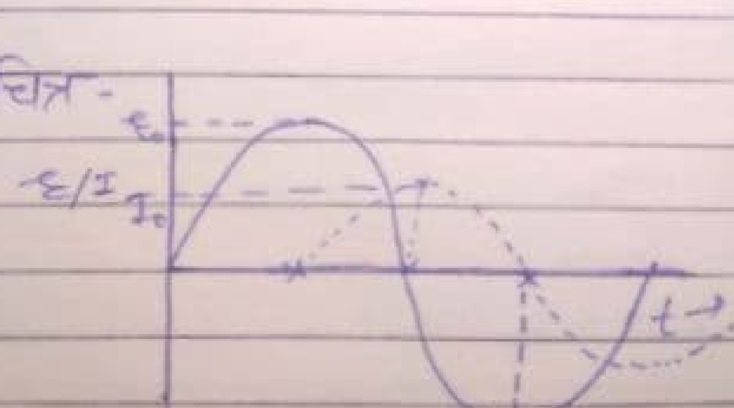
X_L की ω पर निर्भरता –

$X_L \propto \omega$;

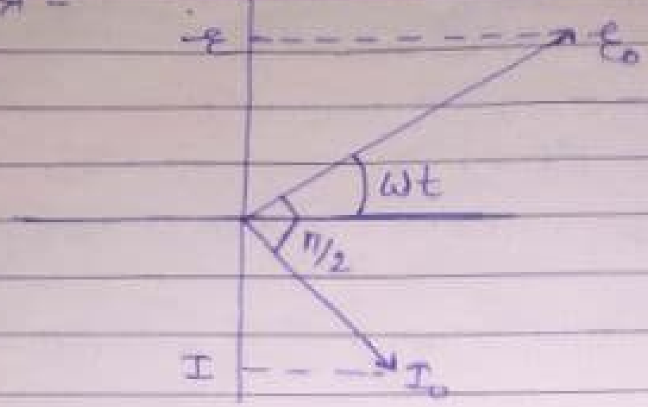


(v) समी० ① तथा ② से स्पष्ट है कि शुद्ध प्रेरकीय परिपथ मे धारा एवं वि० वा० ब० के मध्य कलान्तर $\pi/2$ होता है तथा वि० वा० ब० आगे होता है।

(vi) तरंग चित्र –

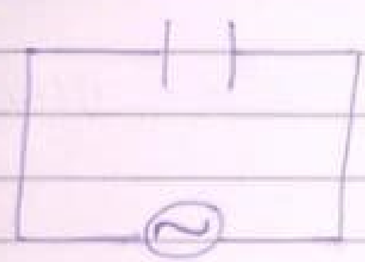


(vii) फेजर चित्र -



3. शुद्ध धारितीय परिपथ (Pure Capacitance)

(i) Electrical Circuit :-



(ii)

Applied E.M.F.

$\varepsilon = \varepsilon_0 \sin\omega t$

We know that -

किसी क्षण t पर संधारित्र के दोनो सिरो के मध्य तात्क्षणिक वोल्टता -

$$= \frac{q}{C}$$

अत: $\frac{q}{C} = \varepsilon_0 \sin\omega t$

$q = C\varepsilon_0 \sin\omega t$

D.w.r to t -

$$\frac{dq}{dt} = \omega C \varepsilon_0 \cos\omega t$$

$$I = \omega C E_0 \sin(\omega t + \pi/2)$$

(iii) Alternating Current:-

$$I = I_0 \sin(\omega t + \pi/2)$$

Where $I_0 = \omega C E_0$

(iv) Opposition of current:-

$$= \frac{E_0}{I_0} = \frac{\cancel{E_0}}{\omega C \cancel{E_0}}$$

$$\boxed{X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{(2\pi f) C}}$$

X_C को धारितीय प्रतिघात कहते हैं

मात्रक - Ω

• यदि परिपथ में प्रवाहित धारा D.C हो $f = 0$

$\boxed{X_C = \infty}$; D.C. Blocked.

AC+DC

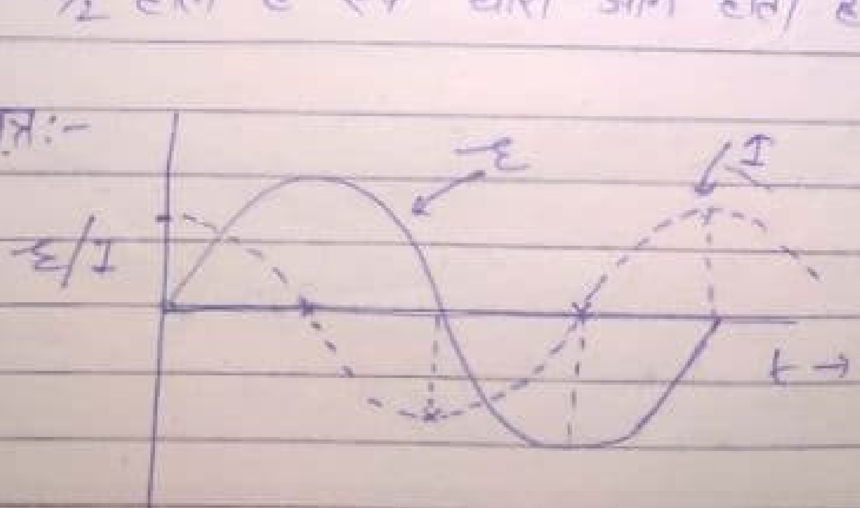
संधारित्र

⇓

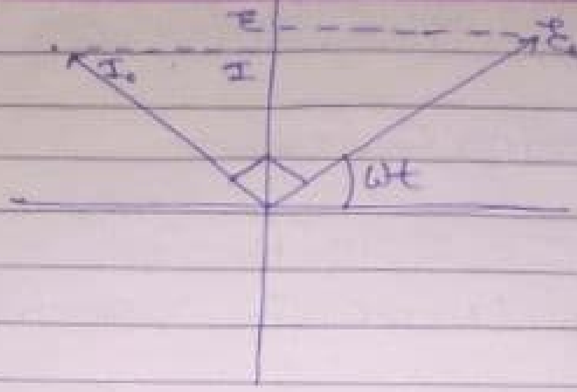
AC

(v) शुद्ध धारितीय परिपथ में वि॰वा॰ बल एवं धारा के मध्य कलान्तर $\pi/2$ होता है एवं धारा आगे होती है।

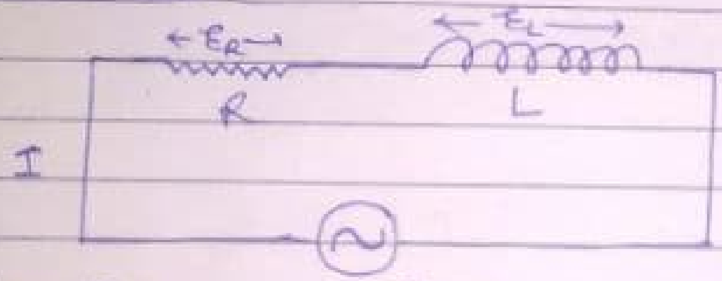
(vi) तरंग चित्र:-



(vii) फेजर चित्र -



④ **L-R परिपथ :-**



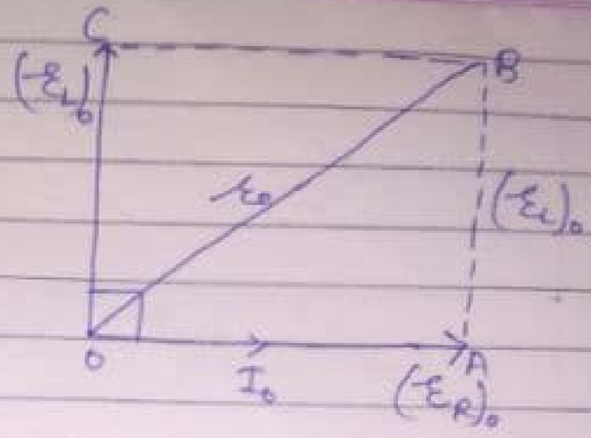
उपरोक्त चित्रानुसार प्रतिरोध R एवं प्रेरकत्व L एक प्रत्यावर्ती स्रोत के साथ श्रेणी क्रम में संयोजित हैं।
प्रतिरोध तथा प्रेरकत्व के सिरो पर उत्पन्न विभवान्तर क्रमश E_R एवं E_L है।
श्रेणी क्रम संयोजन होने के कारण परिपथ के प्रत्येक घटक में विद्युत धारा का मान समान प्राप्त होगा
अर्थात् -

$$I_R = I_L = I \text{ (माना)}$$

परिपथ में केवल प्रतिरोध संयोजित होने पर $(E_R)_0$ तथा I_0 समान कला में होंगे परन्तु केवल प्रेरकत्व होने पर $(E_L)_0$ व I_0 के मध्य कलान्तर $\pi/2$ होगा एवं $(E_L)_0$ I_0 से आगे होता है। अतः सदिश आरेख या फेजर चित्र में $(E_R)_0$ व $(E_L)_0$ परस्पर लंबवत होंगे। अतः परिणामी वि० वा० बल -

$$(\varepsilon_R)_0 = I_0 R$$

$$(\varepsilon_L)_0 = I_0 X_L = I_0(\omega L)$$



चित्र की ज्यामिति से -

$$OB^2 = OA^2 + AB^2$$

$$\varepsilon_0^2 = (\varepsilon_R)_0^2 + (\varepsilon_L)_0^2$$

$$\varepsilon_0 = \sqrt{I_0^2 R^2 + I_0^2 X_L^2}$$

$$\varepsilon_0 = I_0\sqrt{R^2 + X_L^2}$$

$$\frac{\varepsilon_0}{I_0} = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

$$\boxed{Z_{LR} = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$$

जहाँ Z_{LR} = L-R परिपथ की प्रतिबाधा = ε_0 / I_0

मात्रक - Ω

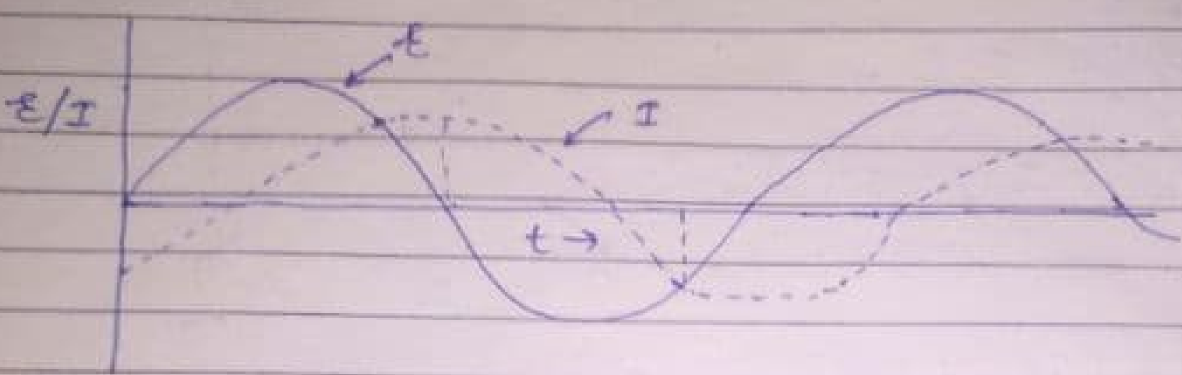
परिणामी धारा एवं वि॰ वा॰ बल के मध्य कलान्तर ϕ हो तब -

$$\tan\phi = \frac{(\varepsilon_L)_0}{(\varepsilon_R)_0}$$

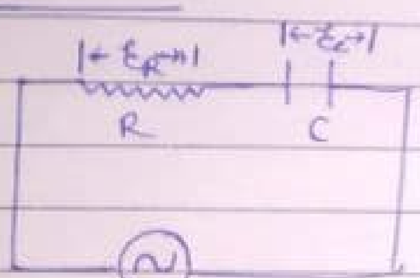
$$\tan\phi = \frac{I_0 X_L}{I_0 R} = \frac{X_L}{R}$$

$$\boxed{\phi = \tan^{-1}\left(\frac{X_L}{R}\right)}$$

तरंग चित्र :-



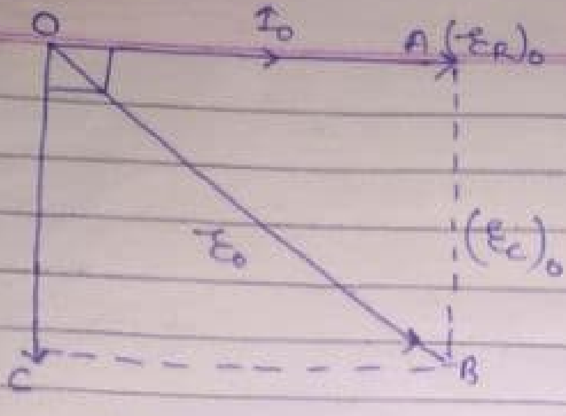
⑤ R-C परिपथ :-



उपरोक्त चित्रानुसार प्रतिरोध R एवं संधारित्र C एक प्रत्यावर्ती स्त्रोत के साथ श्रेणी क्रम में संयोजित है।
प्रतिरोध तथा संधारित्र के सिरो पर उत्पन्न विभवान्तर क्रमश E_R एवं E_C है।
श्रेणी क्रम संयोजन होने के कारण परिपथ के प्रत्येक घटक में विद्युत धारा का मान समान प्राप्त होगा।
अर्थात -

$$I_R = I_C = I \text{ (माना)}$$

परिपथ में केवल प्रतिरोध संयोजित होने पर $(E_R)_0$ तथा I_0 समान कला में होंगे परन्तु केवल संधारित्र होने पर $(E_C)_0$ व I_0 के मध्य कलान्तर $\pi/2$ होगा एवं $(E_C)_0$, I_0 से पीछे होता है। अतः सदिश आरेख या फेजर चित्र में $(E_R)_0$ व $(E_C)_0$ परस्पर लंबवत होंगे अतः परिणामी विभवान्तर -



$(\mathcal{E}_R)_0 = I_0 R$

$(\mathcal{E}_C)_0 = I_0 X_C = I_0\left(\frac{1}{\omega C}\right)$

चित्र की ज्यामिति से-

$$OB^2 = OA^2 + AB^2$$

$$\mathcal{E}_0^2 = (\mathcal{E}_R)_0^2 + (\mathcal{E}_C)_0^2$$

$$\mathcal{E}_0 = \sqrt{I_0^2 R^2 + I_0^2 X_C^2}$$

$$\mathcal{E}_0 = I_0\sqrt{R^2 + X_C^2}$$

$$\frac{\mathcal{E}_0}{I_0} = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

$$\boxed{Z_{RC} = \sqrt{R^2 + X_C^2}}$$

$$\boxed{Z_{RC} = \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}}$$

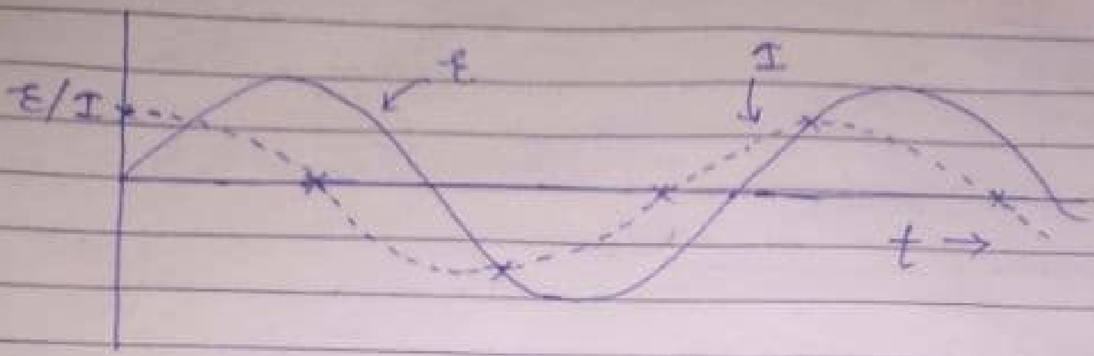
यदि परिणामी वि० वा० बल तथा धारा के मध्य कलान्तर ϕ हो तब-

$$\tan\phi = \frac{(\mathcal{E}_C)_0}{(\mathcal{E}_R)_0} = \frac{I_0 X_C}{I_0 R}$$

$$\tan\phi = \frac{X_C}{R}$$

$$\boxed{\phi = \tan^{-1}\left(\frac{X_C}{R}\right)}$$

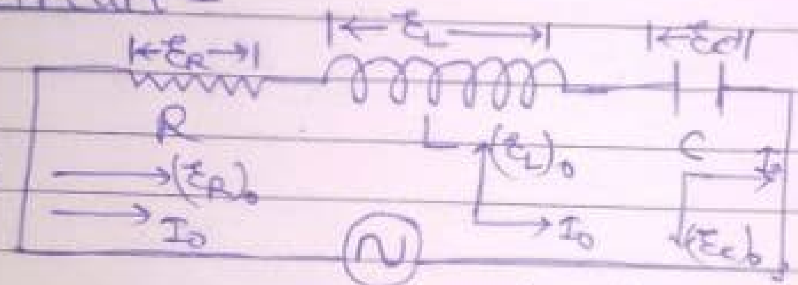
तरंग चित्र :-



स्पष्ट है कि R-C परिपथ में परिणामी वि० वा० बल एवं धारा के मध्य कलान्तर ϕ होता है एवं धारा आगे होती है।

⑥ L-C-R श्रेणी परिपथ :-

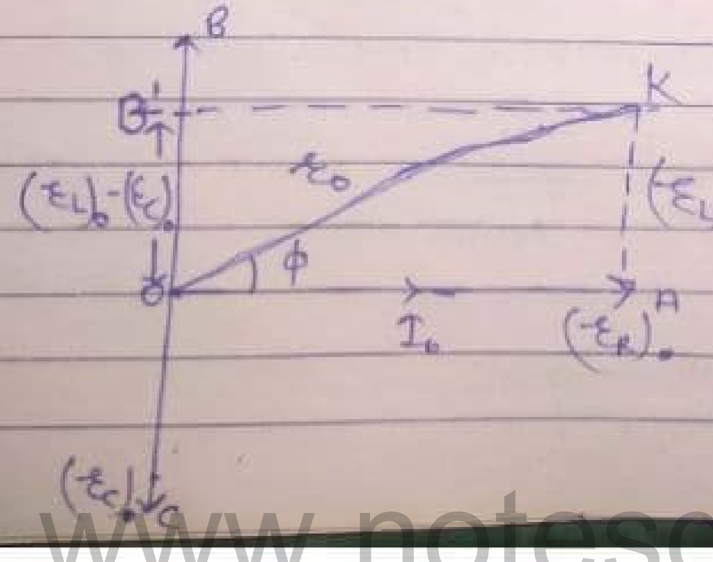
Circuit -



$E = E_0 \sin\omega t$

उपरोक्त परिपथ में प्रतिरोध, प्रेरकत्व तथा संधारित्र श्रेणी क्रम में संयोजित हैं अतः परिपथ के प्रत्येक घटक में धारा का मान समान होगा। अर्थात् -

$$I_R = I_L = I_C = I \text{ (माना)}$$



$(E_L)_0 > (E_C)_0$ (Let)

$(E_R)_0 = I_0 R$

$(E_L)_0 = I_0 X_L$

$(E_C)_0 = I_0 X_C$

(i) शुद्ध प्रतिरोधीय परिपथ के लिए धारा एवं विद्युत वाहक बल समान कला में होते हैं अतः उपरोक्त फेजर चित्र में विद्युत वाहक बल $(\mathcal{E}_R)_0$ (अधिकतम मान) तथा प्रत्यावर्ती धारा I_0 को भुजा $\vec{OA}$ के अनुदिश प्रदर्शित किया गया है।

(ii) शुद्ध प्रेरकीय परिपथ मे प्रेरकत्व के सिरो पर उत्पन्न विभवान्तर $(\mathcal{E}_L)_0$ (अधिकतम मान) को भुजा $\vec{OB}$ द्वारा निरूपित किया गया है क्योकि इस परिस्थिति मे विद्युत वाहक बल एवं धारा के मध्य कलान्तर $\pi/2$ होता है एवं वि० वा० ब० आगे होता है।

(iii) इसी प्रकार शुद्ध धारीतीय परिपथ मे वि० वा० ब० व धारा के मध्य कलान्तर $\pi/2$ एवं वि० वा० बल के पीछे होने के कारण $(\mathcal{E}_C)_0$ को भुजा $\vec{OC}$ द्वारा निरूपित किया गया है।

वि० वा० बल के अधिकतम मानो $(\mathcal{E}_L)_0$ तथा $(\mathcal{E}_C)_0$ के परिणामी $(\mathcal{E}_L)_0 - (\mathcal{E}_C)_0$ को चित्र में $\vec{OB'}$ द्वारा निरूपित किया गया है तब $(\mathcal{E}_L)_0 - (\mathcal{E}_C)_0$ तथा $(\mathcal{E}_R)_0$ का परिणामी –

$$(OK)^2 = (OA)^2 + (AK)^2$$

$$(\mathcal{E}_0)^2 = (\mathcal{E}_R)_0^2 + [(\mathcal{E}_L)_0 - (\mathcal{E}_C)_0]^2$$

$$= I_0^2 R^2 + [(I_0 X_L - I_0 X_C)]^2$$

$$\mathcal{E}_0^2 = I_0^2 [R^2 + (X_L - X_C)^2]$$

$$\mathcal{E}_0 = I_0 \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$\frac{\mathcal{E}_0}{I_0} = \sqrt{R^2 * (X_L - X_C)^2}$$

जहाँ $\frac{\mathcal{E}_0}{I_0}$ = धारा का विरोध = प्रतिबाधा = Z

$$\boxed{Z = \frac{\mathcal{E}_0}{I_0}}$$

$$\boxed{Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

$$\boxed{Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

यदि परिणामी वि० वा० बल E_0 तथा धारा I_0 के मध्य कलान्तर ϕ हो तब –

$$\tan\phi = \frac{OB'}{OA} = \frac{AK}{OA}$$

$$\tan\phi = \frac{(E_L)_0 - (E_C)_0}{(E_R)_0}$$

$$= \frac{I_0 X_L - I_0 X_C}{I_0 R}$$

$$\boxed{\tan\phi = \frac{X_L - X_C}{R}}$$

$$\boxed{\tan\phi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}}$$

L-C-R श्रेणी परिपथ में प्रत्यावर्ती वि० वा० बल को निम्न समीकरण द्वारा प्रदर्शित करते है।

$$\boxed{E = E_0 \sin(\omega t + \phi)}$$

प्रतिघात :-

प्रत्यावर्ती परिपथ में वि० वा० बल तथा धारा के मध्य कलान्तर $\phi = \pm \pi/2$ उपस्थित होने पर परिपथ में उप० घटक का प्रभावी प्रतिरोध, प्रतिघात कहलाता है।
परिपथ में प्रेरकत्व तथा अथवा संधारित्र उप० होने पर कलान्तर क्रमशः $+\pi/2$ एवं $-\pi/2$ प्राप्त होता है।

प्रेरकीय प्रतिघात $X_L = \omega L$

धारितीय प्रतिघात $X_C = 1/\omega C$

प्रतिबाधा :-

प्रत्यावर्ती परिपथ में वि॰ वा॰ बल के शिखर मान तथा धारा के शिखर मान का अनुपात, परिपथ की प्रतिबाधा कहलाती है। प्रतिबाधा को प्रदर्शित करते समय परिमाण के साथ-साथ कलान्तर भी प्रदर्शित किया जाता है।

$$Z = E_0/I_0$$

$$Z = \frac{E_0/\sqrt{2}}{I_0/\sqrt{2}} = \frac{E_{rms}}{I_{rms}}$$

$|Z|$, $\tan\phi$

$$\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad , \quad \tan\phi = \frac{X_L - X_C}{R}$$

Note- Special case :-

1. यदि $X_L = X_C$ हो तब-

$$Z = R$$
$$\phi = 0^\circ$$

अर्थात् L-C-R परिपथ शुद्ध प्रतिरोधीय परिपथ की भाँति व्यवहार प्रदर्शित करेगा।

2. यदि $X_L > X_C$ हो तब L-C-R परिपथ L-R परिपथ की भाँति व्यवहार प्रदर्शित करेगा।

3. यदि $X_C > X_L$ हो तब L-C-R परिपथ R-C परिपथ की भाँति व्यवहार प्रदर्शित करेगा।

प्रश्न :- यदि प्रत्यावर्ती वोल्टता तथा प्रत्यावर्ती धारा को निम्न समीकरण द्वारा प्रदर्शित करे -

$$E = 300 \sin(100\pi t) \text{ volt}$$

$$I = 200 \sin(100\pi t - \pi/3) \text{ Amp.}$$

तब ज्ञात करे -

(i) विद्युत वाहक बल का शिखर मान
(ii) धारा का शिखर मान
(iii) विद्युत वाहक बल का rms मान
(iv) धारा का rms मान
(v) कोणीय आवृत्ति
(vi) धारा के परिवर्तन की आवृत्ति
(vii) आवर्तकाल
(viii) धारा के सापेक्ष वि० वा० बल की कला
(ix) परिपथ का प्रतिरोध
(x) परिणामी प्रतिघात

Ans.

(i) $E_0 = 300$ volt

(ii) $I_0 = 200$ ~~volt~~ Amp

(iii) $E_{rms} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} = 0.707 E_0 = 0.707 \times 300 = 212.100$

(iv) $I_{rms} = 0.707 \times 200 = 141.400$

(v) $\omega = 100\pi$ rad/sec.

(vi) $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{100\pi}{2\pi} = 50 \text{ Hz}$

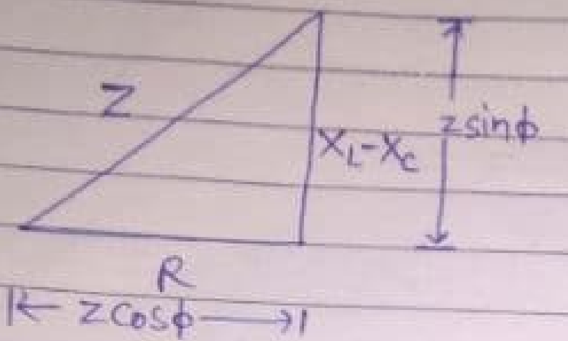
(vii) $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} = 0.02 \text{ sec}$

(viii) धारा के सापेक्ष, वि० वा० बल की कला -
वि० वा० बल की कला - धारा की कला

$100\pi t - (100\pi t - \pi/3)$

$= \pi/3$

(ix) प्रतिबाधा त्रिभुज

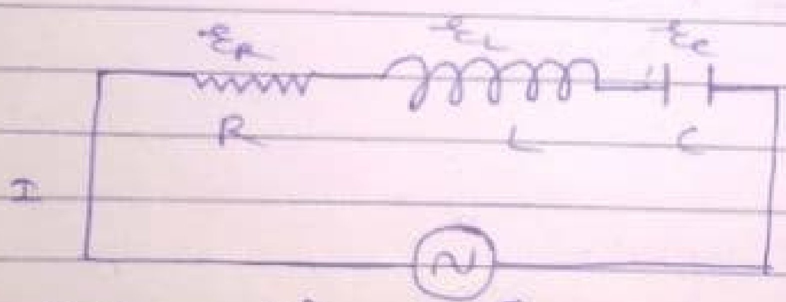


$$R = z\cos\phi$$
$$= \frac{3}{2}\cos\frac{\pi}{3}$$
$$= \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4}\,\Omega$$

(x) परिणामी प्रतिघात -

$$X_L - X_C = z\sin\phi$$
$$= \frac{3}{2}\sin 60^\circ$$
$$= \frac{3}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{4}\,\Omega$$

L-C-R परिपथ का विश्लेषणात्मक हल :-



श्रेणी क्रम संयोजन के कारण -

$$I_R = I_L = I_C = I \quad \text{(माना)}$$
$$I = I_0 \sin\omega t$$

प्रतिरोध, प्रेरकत्व एवं संधारित्र के लिए सिरोंपर उत्पन्न वोल्टताएँ-

$$E_R = I_0 R \sin\omega t$$

$$\mathcal{E}_L = I_0(\omega L)\sin(\omega t + \pi/2)$$
$$\mathcal{E}_C = I_0(1/\omega C)\sin(\omega t - \pi/2)$$

किरचॉफ के द्वितीय नियम से -

$$\mathcal{E}_R + \mathcal{E}_L + \mathcal{E}_C = \mathcal{E}$$

$$\mathcal{E} = I_0 R\sin\omega t + I_0(\omega L)\sin(\omega t + \pi/2) + I_0\left(\frac{1}{\omega C}\right)\sin(\omega t - \pi/2)$$

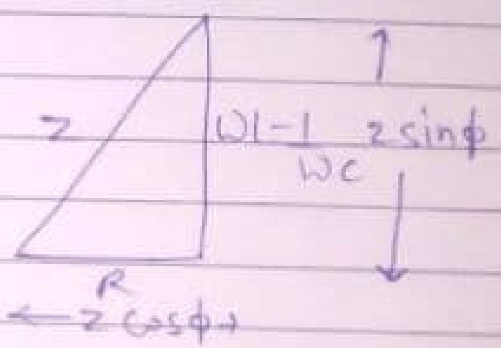
$$= I_0 R\sin\omega t + I_0\cos\omega t\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

माना -

प्रतिबाधा त्रिभुज

$$R = Z\cos\phi \quad \text{—— (1)}$$

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = Z\sin\phi \quad \text{—— (2)}$$



अतः -

$$= I_0 Z\cos\phi\sin\omega t + I_0 Z\sin\phi\cos\omega t$$

$$\boxed{\mathcal{E} = I_0 Z\sin(\omega t + \phi)}$$

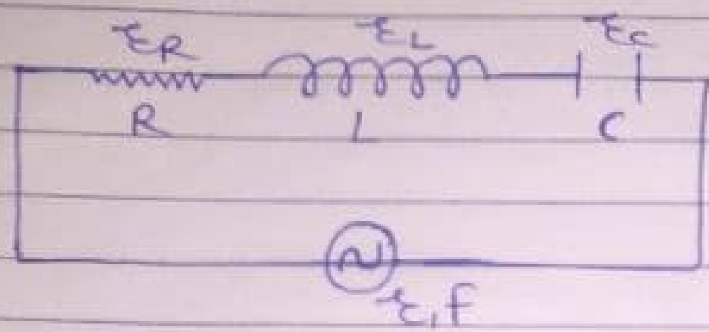
समी० (1) व (2) से -

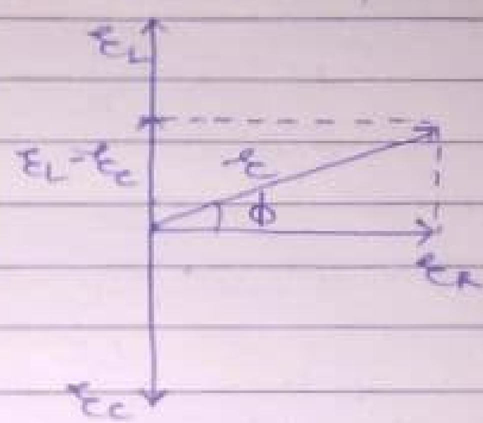
$$\boxed{Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

$$\boxed{\tan\phi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}}$$

L-C-R अनुनादी परिपथ :-

L-C-R श्रेणी परिपथ में दी गई आवृत्ति की पावर सप्लाई पर यदि प्रेरणीक प्रतिघात (X_L), धारितीय प्रतिघात (X_C) के समान हो एवं प्रवाहित धारा अधिकतम हो तब इस अवस्था को अनुनाद की अवस्था कहते हैं।





विभिन्न गुणधर्मों के आधार पर -

$$\varepsilon = \sqrt{\varepsilon_R^2 + (\varepsilon_L - \varepsilon_C)^2}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

$$= \sqrt{R^2 + \left[(2\pi f)L - \frac{1}{(2\pi f)C}\right]^2}$$

$$\tan\phi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

$$I_{rms} = \frac{\varepsilon_{rms}}{Z}$$

परिपथ में आरोपित वोल्टता की आवृत्ति में परिवर्तन करने पर परिपथ की प्रतिबाधा व धारा परिवर्तित हो जाती है।

(i) $f = 0$, $Z \rightarrow \infty$

$I_{rms} = 0$

(ii) $f \to \infty$, $Z \to \infty$

$I_{rms} = 0$

(iii) यदि $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ हो
तब $Z = R$ (min.

$I_{rms} = \frac{E_{rms}}{R} = max$; अनुनाद की अवस्था

$\omega L = \frac{1}{\omega C}$

$\omega^2 = \frac{1}{LC}$

$$\boxed{\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$$

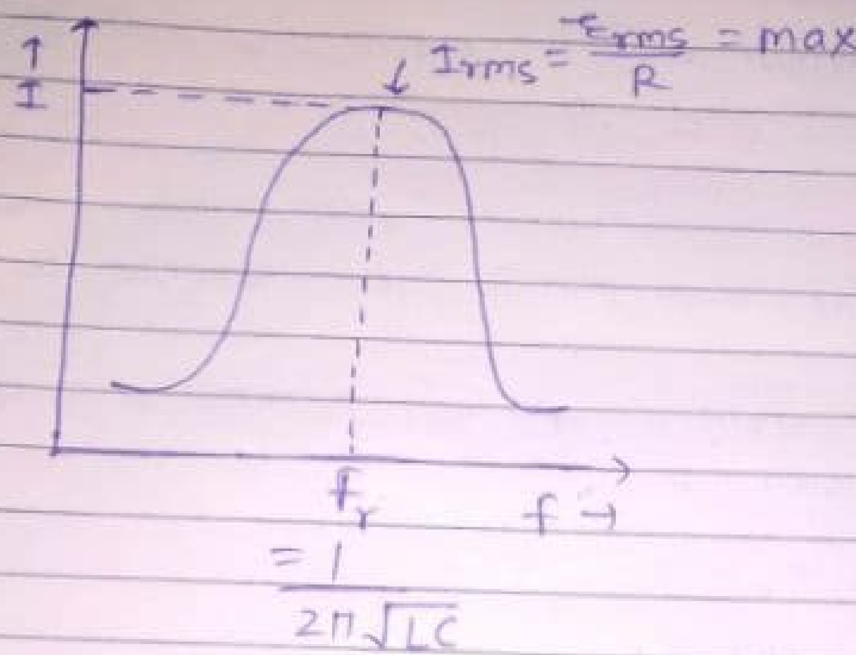
$f = \frac{\omega}{2\pi}$

$$\boxed{f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$$; अनुनादी आवृत्ति

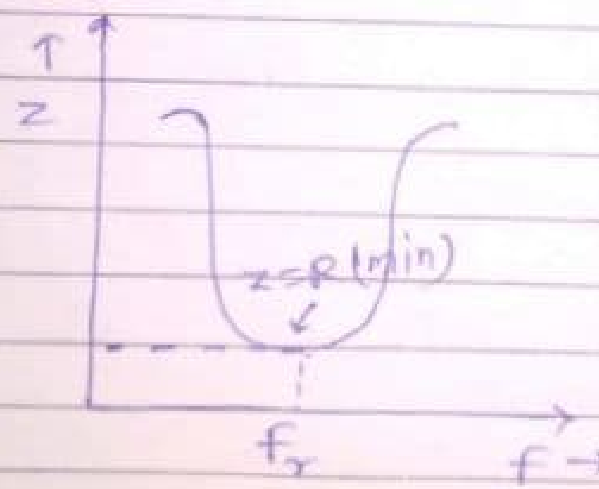
स्पष्ट हैं कि आरोपित वोल्टता की आवृत्ति को परिवर्तित करने पर परिपथ में धारा का मान शून्य से अधिकतम एवं अधिकतम से शून्य तक परिवर्तित होता हैं, एक विशेष परिस्थिति में धारा का मान अधिकतम प्राप्त होता हैं इस विशेष परिस्थिति को अनुनादी अवस्था कहते हैं। अनुनाद की अवस्था के में अनुनादी आवृत्ति –

$$\boxed{f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$$

परिपथ में प्रवाहित धारा एवं आवृत्ति के मध्य ग्राफ खींचने पर निम्न प्रकार प्राप्त होता है।



प्रतिबाधा तथा आवृत्ति के मध्य ग्राफ :-



☆ अनुनादी अवस्था की विशेषताऐं :-

1. अनुनाद की अवस्था में प्रेरणिक प्रतिघात एवं धारितीय प्रतिघात परस्पर समान होते हैं अर्थात $X_L = X_C$

2. परिपथ की प्रतिबाधा न्यूनतम एवं प्रतिरोध के समान होती है

$$Z = R = min.$$

3. परिपथ मे प्रवाहित धारा अधिकतम प्राप्त होती है अर्थात्-

$$I_{rms} = \frac{E_{rms}}{R} = max.$$

4. धारा एवं विद्युत वाहक बल के मध्य कलान्तर $\phi = 0°$ प्राप्त होता है

5. प्रेरकत्व एवं संधारित्र के सिरो पर उत्पन्न वोल्टता के मान समान प्राप्त होते हैं।

$$\boxed{\begin{gathered} E_L = E_C \\ \left(\frac{E_{rms}}{R}\right) X_L = \left(\frac{E_{rms}}{R}\right) X_C \end{gathered}}$$

Ex. 10.8 एक प्रतिरोधहीन कुण्डली का प्रेरकत्व $5/\pi$ mH है, इसे 50Hz आवृत्ति की प्रत्यावर्ती धारा से जोडा गया है तो प्रेरकीय प्रतिघात ज्ञात करो। यदि परिपथ में प्रवाहित धारा 0.5A हो तो कुण्डली के सिरो पर उत्पन्न विभवांतर भी ज्ञात करो।

Ans. $L = 5/\pi$ mH, $f = 50$Hz, $I = 0.5$A

प्रेरकीय प्रतिघात $X_L = \omega L$

$$X_L = (2\pi f)L$$

$$= 2\pi \times 50 \times \frac{5}{\pi} \times 10^{-3}$$

$$= \frac{500}{1000}$$

$$X_L = 0.5\,\Omega$$

कुण्डली के सिरो पर उत्पन्न विभवान्तर

$$V = I \times X_L$$
$$= 0.5 \times 0.5$$
$$= 0.25V$$

Ex. 10.9 एक संधारित्र की धारिता 50pF है इसका 5KHz आवृत्ति पर धारितीय प्रतिघात ज्ञात करो।

Ans. $C = 50pF = 50 \times 10^{-12} F$

$f = 5kHz = 5 \times 10^3 Hz$

धारितीय प्रतिघात $X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{(2\pi f)C}$

$$X_C = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 5 \times 10^3 \times 50 \times 10^{-12}}$$

$$X_C = \frac{10^9}{31.4 \times 50} = \frac{\overset{2}{\cancel{100}} \times 10^7}{\underset{157}{31.4 \times \cancel{50}}} = \frac{10^8}{157}$$

$$\boxed{X_C = 6.37 \times 10^4 \Omega}$$

Ex. 10.10 1μF धारिता का संधारित्र निम्न प्रत्यावर्ती वोल्टता स्रोत से जुडा है।

$$V = 200\sqrt{2} \sin 100t \, V$$

परिपथ में प्रवाहित धारा का मान ज्ञात करो–

Ans. $C = 1\mu F = 1 \times 10^{-6} F$

$V = 200\sqrt{2} \sin 100t \, V$

$V_0 = 200\sqrt{2} \, V$, $\omega = 100 \, rad/s$

$V_{rms} = \frac{V_0}{\sqrt{2}} = \frac{200\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

$$\boxed{V_{rms} = 200}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100 \times 10^{-6}} = 10^4 \Omega$$

$$I_{rms} = \frac{V_{rms}}{X_C} = \frac{200}{10^4} = 0.02 A$$

Ex.10.11 50Hz आवृत्ति वाले प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में एक कुण्डली लगाई है। 100Ω का प्रतिघात उत्पन्न करने के लिए कुण्डली की प्रेरकत्व ज्ञात करो।

Ans. $f = 50 Hz$, $X_L = 100 \Omega$

$$X_L = \omega L = (2\pi f) L$$

$$L = \frac{X_L}{2\pi f}$$

$$L = \frac{100}{2 \times 3.14 \times 50} = \frac{100}{314}$$

$$\boxed{L = 0.318 H}$$

Ex.10.12. 0.5H प्रेरकत्व की कुण्डली को जब 100V के दिष्ट धारा स्त्रोत से जोड़ते हैं तो कुण्डली में 0.5A धारा प्रवाहित होती है। यदि इसी कुण्डली को 50Hz तथा 100V के प्रत्यावर्ती धारा स्त्रोत से जोड़ा जाये तो इसमें प्रवाहित धारा का मान ज्ञात करो।

Ans. $L = 0.5 H$, $V = 100 V$, $I = 0.5 A$

प्रत्यावर्ती स्त्रोत के लिये –

$f = 50 Hz$, $V = 100 V$

$$R = \frac{V}{I} = \frac{100}{0.5} = 200 \Omega.$$

$\omega = 2\pi f = 2 \times 3.14 \times 50 = 314 \ rad/s$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L)^2} = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$

$$Z = \sqrt{(200)^2 + (0.8 \times 314)^2}$$

$$\boxed{Z = 254.26 \Omega}$$

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{100}{254.26} = 0.39A$$

Ex. 10.13 एक विद्युत बल्ब 100V और 10A पर कार्य करता है, उसे 200V तथा 50Hz आवृत्ति वाले प्रत्यावर्ती स्त्रोत से जोड़ा गया है। आवश्यक कुण्डली का प्रेरकत्व ज्ञात करो

Ans. बल्ब के लिए –

$V = 100V$, $I = 10A$

प्रत्यावर्ती स्त्रोत –

$V = 200V$, $f = 50Hz$

बल्ब का प्रतिरोध $R = \frac{V}{I} = \frac{100}{10} = 10\Omega$

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{200}{10} = 20\Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L)^2} = \sqrt{R^2 + (2\pi f L)^2}$$

$$20 = \sqrt{(10)^2 + (2 \times 3.14 \times 50 \times L)^2}$$

दोनो तरफ वर्ग

$$400 = 100 + (314)^2 L^2$$

$$L^2 = \frac{300}{(314)^2}$$

$$L = \frac{\sqrt{300}}{314} = \frac{10\sqrt{3}}{314} = \frac{10 \times 1.732}{314} = 0.055H$$

Date
Page

Ex.10.14 $\frac{1}{\pi}$ H स्वप्रेरकत्व वाली एक कुण्डली को 300 Ω के प्रतिरोध से श्रेणीक्रम में जोड़ा गया है। यदि इस संयोजन पर 200 Hz आवृत्ति वाले स्त्रोत से 200 V विभव आरोपित किया जाए तो धारा और वोल्टता के मध्य कलान्तर ज्ञात करो।

Ans. $L = \frac{1}{\pi} H$, $R = 300\Omega$, $f = 200 Hz$, $V = 200V$

$$\tan\phi = \frac{X_L}{R} = \frac{\omega L}{R} = \frac{2\pi f L}{R}$$

$$\tan\phi = \frac{2\pi \times 200 \times 1}{300 \times \pi} = \frac{4}{3}$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$$

Ex.10.15 एक कुण्डली 220V तथा 50 Hz आवृत्ति वाले प्रत्यावर्ती धारा स्त्रोत से 2A धारा तथा 200V शक्ति लेती है। कुण्डली के प्रतिरोध तथा प्रेरकत्व का मान ज्ञात करो।

Ans. $V_{rms} = 220V$, $f = 50 Hz$, $I_{rms} = 2A$, $P = 200W$

$$R = \frac{P}{I_{rms}^2} = \frac{200}{2 \times 2} = 50\Omega$$

$$Z = \frac{V_{rms}}{I_{rms}} = \frac{220}{2} = 110\Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

$$110 = \sqrt{(50)^2 + X_L^2}$$

दोनो तरफ वर्ग

$$(110)^2 = 2500 + \omega^2 L^2$$

$$12100 = 2500 + (2\pi f)^2 L^2$$

$$(2\pi f)^2 L^2 = 12100 - 2500$$

$$2 \times 3.14 \times 50 \times L = \sqrt{9600}$$

$$L = \frac{98}{314}$$

$$\boxed{L = 0.312 H}$$

Ex.10.16. नगण्य प्रतिरोध की किसी कुण्डली को 120Ω के प्रतिरोध से श्रेणीक्रम में जोड़ा गया है, कुण्डली का प्रेरकत्व 0.4H है। इस पर $200/\pi$ Hz तथा 100V की प्रत्यावर्ती वोल्टता लगाए तो कुल प्रतिबाधा, कला कोण, धारा ज्ञात करो।

Ans: $R = 120\Omega$, $L = 0.4H$, $f = 200/\pi \ Hz$, $V_{rms} = 100V$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L)^2} = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = \sqrt{R^2 + (2\pi f)^2 L^2}$$

$$Z = \sqrt{(120)^2 + \left(2 \times \pi \times \frac{200}{\pi} \times 0.4\right)^2}$$

$$Z = \sqrt{14400 + (160)^2} = \sqrt{14400 + 25600}$$

$$Z = \sqrt{40000}$$

$$\boxed{Z = 200\Omega}$$

$$\omega = 2\pi f = 2 \times 3.14 \times \frac{200}{3.14} = 400 \ rad/s.$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{X_L}{R}\right)$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{400 \times 0.4}{120}\right)$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$$

$$I_{rms} = \frac{V_{rms}}{Z} = \frac{100}{200} = 0.5A$$

Ex. 10.17 100μF धारिता के एक संधारित्र तथा 40Ω के एक प्रतिरोध का श्रेणीक्रम संयोजन 110V, 60Hz की प्रत्यावर्ती स्त्रोत से जुड़ा है। परिपथ में अधिकतम धारा का मान ज्ञात करो।

Ans. $C = 100\mu F = 100\times10^{-6}$

$R = 40\Omega$, $\varepsilon = 110V$, $f = 60Hz$

$$I_0 = \frac{\varepsilon}{\sqrt{R^2+X_c^2}} = \frac{\varepsilon}{\sqrt{R^2+\frac{1}{C^2\omega^2}}}$$

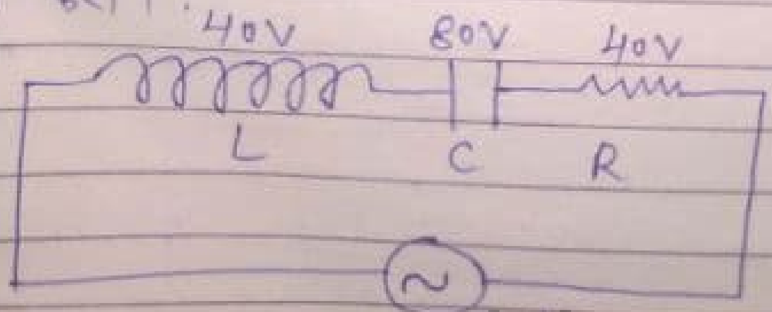
$$I_0 = \frac{110}{\sqrt{(40)^2+\frac{1}{(100)^2(2\times3.14\times60)^2\times10^{-12}}}}$$

$$I_0 = \frac{110}{\sqrt{1600+\frac{1}{(376.80)^2\times10^{-8}}}} = \frac{110}{\sqrt{\frac{100000000}{(376.80)^2}+1600}}$$

$$I_0 = \frac{110}{\sqrt{\frac{10^8}{141978.24}+1600}} = \frac{110}{\sqrt{704.32+1600}} = \frac{110}{\sqrt{2304.32}}$$

$$I_0 = \frac{110}{48} = 2.29A.$$

Ex. 10.18 निम्न परिपथ में प्रत्यावर्ती धारा स्त्रोत की वोल्टता की गणना करो।



Ans. $V_{rms} = \sqrt{V_R^2 + (V_C - V_L)^2}$

$V_R = 40V$, $V_C = 80V$, $V_L = 40V$

$V_{rms} = \sqrt{(40)^2 + (80-40)^2} = \sqrt{(40)^2 + (40)^2}$

$V_{rms} = 40\sqrt{2} = 40 \times 1.414 = 56560 V$

Ex. 10.19. एक L-C-R श्रेणी परिपथ में प्रतिरोध 12Ω प्रेरणिक प्रतिघात 18Ω है और धारितीय प्रतिघात 23Ω है। परिपथ में प्रतिबाधा और कलान्तर ज्ञात करो।

Ans. $R = 12\Omega$, $X_L = 18\Omega$, $X_C = 23\Omega$

$Z = \sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}$

$Z = \sqrt{(12)^2 + (23-18)^2} = \sqrt{144+25}$

$Z = 13\Omega$.

$\tan\phi = \frac{X_C - X_L}{R} = \frac{23-18}{12}$

$\tan\phi = \frac{5}{12}$

$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{5}{12}\right)$

Ex. 10.20 110V तथा 50Hz के स्त्रोत से श्रेणीक्रम में 10Ω प्रतिरोध, $2/\pi$ H का प्रेरकत्व तथा $1/\pi$ μF का संधारित्र जुडे हैं। धारा और वोल्टता के मध्य कलान्तर ज्ञात करो।

Ans. $R = 10\Omega$, $f = 50Hz$, $L = 2/\pi$, $C = \frac{1}{\pi} \times 10^{-6} F$

$E = 110V$

$$\tan\phi = \frac{X_C - X_L}{R} = \frac{\frac{1}{\omega C} - \omega L}{R} = \frac{\frac{1}{(2\pi f)C} - (2\pi f)L}{R}$$

$$\tan\phi = \frac{\frac{1}{2\pi \times 50 \times \frac{1}{\pi} \times 10^{-6}} - 2\pi \times 50 \times \frac{2}{\pi}}{10}$$

$$\tan\phi = \frac{10^4 - 200}{10} = \frac{9800}{10}$$

$$\tan\phi = 980$$

$$\boxed{\phi = \tan^{-1}(980)}$$

Ex. 10.21 LCR श्रेणी परिपथ में प्रत्यावर्ती ~~धारा~~ वोल्टता तथा धारा के मान निम्न हैं।

$$V = 300 \sin 100t$$

$$I = 6 \sin(100t - \phi)$$

यदि परिपथ में प्रतिरोध का मान $40\,\Omega$ हो तो परिपथ में (i) प्रतिबाधा (ii) प्रतिघात (iii) वोल्टता तथा धारा में कलान्तर ज्ञात करो।

Ans. (i) $Z = \frac{V_0}{I_0} = \frac{300}{6} = 50\,\Omega$

(ii) $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$

$$Z^2 = R^2 + (X_L - X_C)^2$$

$$X_L - X_C = \sqrt{Z^2 - R^2}$$

$$= \sqrt{(50)^2 - (40)^2}$$

$$= \sqrt{2500 - 1600}$$

$$= \sqrt{900}$$

$$= 30\,\Omega.$$

(iii) $\phi = \tan^{-1}\left(\frac{X_L - X_C}{R}\right)$

$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{30}{40}\right)$

$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$

Ex. 10.22 एक प्रत्यावर्ती धारा परिपथ मे $L = 0.5H$ और $C = 8\mu F$ है। परिपथ में अधिकतम धारा के लिए कोणीय आवृत्ति और आवृत्ति का मान ज्ञात करो।

Ans. $L = 0.5H$, $C = 8 \times 10^{-6} F$,

$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{0.5 \times 8 \times 10^{-6}}} = \frac{1}{2 \times 10^{-3}} = \frac{10^3}{2}$

$\boxed{\omega_r = 500 \, rad/sec}$

$f_r = \frac{\omega_r}{2\pi} = \frac{500}{2\pi} = \frac{250}{\pi} Hz$

Ex. 10.23. अनुनादी अवस्था मे परिपथ में लगे प्रेरकत्व धारिता तथा प्रतिरोध के मान क्रमशः 0.1H, 200μF, 20Ω है उसी अनुनादी स्थिति मे आवृत्ति पर यदि परिपथ में प्रेरकत्व का मान 100H कर दिया जाए तो धारिता का आवश्यक मान ज्ञात करो।

Ans. $L = 0.1H$, $C = 200 \times 10^{-6}$, $R = 20\Omega$

$L' = 100H$

$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L'C}}$

$LC = L'C'$

$0.1 \times 200 \times 10^{-6} = 100 C'$

$$C' = \frac{0.1 \times 200 \times 10^{-6}}{100} = 0.2 \mu F$$

Ex. 10.24 एक प्रसारण केन्द्र से 300m तरंगदैर्ध्य वाली तरंगे प्रसारित हो रही हैं। एक 2.4μF धारिता वाला संधारित्र उपलब्ध है तो अनुनादी परिपथ के लिए आवश्यक प्रेरकत्व की गणना करो।

Ans. $\lambda = 300m$, $C = 2.4 \times 10^{-6} F$

तरंगदैर्ध्य की आवृत्ति $f = \nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^{8}}{300} = 10^{6} Hz$

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$10^{6} = \frac{1}{2 \times 3.14 \sqrt{L \times 2.4 \times 10^{-6}}}$$

दोनों तरफ वर्ग

$$10^{12} = \frac{1}{4 \times (3.14)^2 \times L \times 2.4 \times 10^{-6}}$$

$$L = \frac{1}{9.6 \times 9.85 \times 10^{12} \times 10^{-6}} = \frac{1}{94.560 \times 10^{6}}$$

$$L = \frac{1}{94560 \times 10^{3}} = 0.0000105 \times 10^{-3}$$

$L = 1.05 \times 10^{-8} H.$

Ex. 10.25 श्रेणी LCR परिपथ में 220V तथा 50Hz के स्रोत के साथ 11Ω का प्रतिरोध, $\frac{2}{\pi^2}$ H का प्रेरकत्व जुड़ा है। संधारित्र के किस मान के लिए परिपथ अनुनादी अवस्था में होगा, परिपथ में प्रवाहित धारा का मान भी ज्ञात करो।

Ans. $\mathcal{E}_{rms} = 220V$, $f = 50Hz$, $R = 11\Omega$

$$L = \frac{2}{\pi^2} H$$

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

वर्ग

$$f^2 = \frac{1}{4\pi^2 LC}$$

$$C = \frac{1}{4\pi^2 L f^2} = \frac{1}{4\pi^2 \times \frac{2}{\pi^2} \times (50)^2} = \frac{1}{20000}$$

$$C = 0.00005$$

$$\boxed{C = 5 \times 10^{-5} F}$$

परिपथ में धारा -

$$I_{rms} = \frac{\mathcal{E}_{rms}}{Z_{min}} = \frac{\mathcal{E}_{rms}}{R}$$

$$I_{rms} = \frac{220}{11}$$

$$\boxed{I_{rms} = 20\Omega}$$

L-C-R अनुनादी परिपथ के अनुप्रयोग :-

निश्चित आवृत्तियों पर अनुनादी अवस्था में L-C-R श्रेणी परिपथ अधिकतम धारा प्रवाहित होने देता है अतः इसका उपयोग वांछनीय आवृत्ति चयनित (Tune) करने में या अवांछनीय आवृत्ति की छटनी (फिल्टर) करने में किया जाता है इसका उपयोग रेडियो तथा टेलीविजन के रिसीवर (Receiver) तथा ट्रांसमीटर (Transmitter) में एवं टेलीफोन उपकरणों में किया जाता है।

* अनुनाद की तीक्ष्णता (Sharpness of Resonance) :-

अनुनादी वक्र की तीक्ष्णता को एक विशिष्ट अंक द्वारा प्रदर्शित किया जाता है जिसे विशेषता गुणांक अथवा Q - गुणांक कहते हैं।

अनुनादी वक्र की तीक्ष्णता को Q-गुणांक के समानुपाती व्यक्त करते हैं अर्थात Q-गुणांक का मान अधिक होने पर अनुनादी वक्र अधिक तीक्ष्ण होता है।

L-C-R श्रेणी परिपथ की अनुनादी अवस्था में प्रेरकत्व अथवा संधारित्र के सिरों पर उत्पन्न वोल्टता तथा परिपथ में आरोपित प्रत्यावर्ती वोल्टता (= प्रतिरोध के सिरों पर उत्पन्न वोल्टता) का अनुपात L-C-R अनुनादी परिपथ का विशेषता गुणांक कहलाता है।

$$Q\text{-गुणांक} = \frac{L \text{ या } C \text{ के सिरों पर उत्पन्न वोल्टता}}{\text{आरोपित वोल्टता } (= \text{प्रतिरोध के सिरों पर उत्पन्न वोल्टता})}$$

$$Q = \frac{E_L}{E_R}$$

$$= \frac{I(\omega_r L)}{IR}$$

$$\boxed{Q = \frac{\omega_r L}{R}}$$

$$\because \omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

या

$$Q = \frac{E_C}{E_R}$$

$$= \frac{I\left(\frac{1}{\omega_r C}\right)}{IR}$$

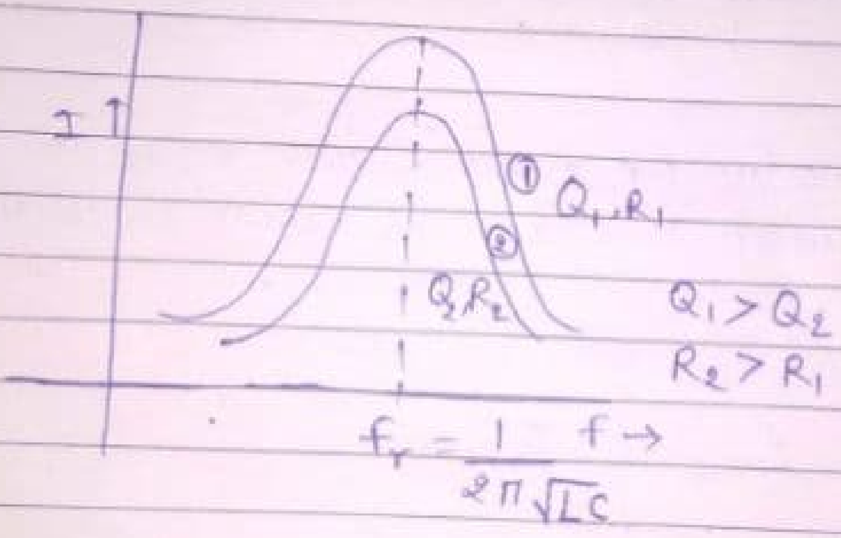
$$= \frac{1}{R}\frac{\sqrt{LC}}{C}$$

$$Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$Q = \frac{\frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot L}{R}$$

$$\boxed{Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}}$$

विशेषता गुणांक का मान प्रतिरोध पर निर्भर करता है। जैसे-जैसे प्रतिरोध का मान बढ़ता है विशेषता गुणांक का मान घटता है अतः अनुनादी वक्र की तीक्ष्णता भी घटती है।



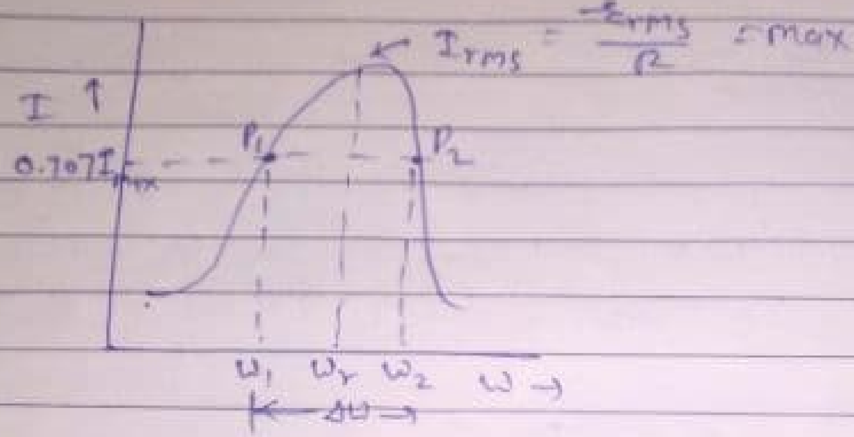
⇒ अर्द्धशक्ति बिन्दु तथा बैंड चौड़ाई -

यदि धारा तथा आवृत्ति के मध्य graph आरेखित तब अर्द्धशक्ति बिन्दुओ के संगत वक्र की चौड़ाई (बैंड चौड़ाई) Δf हो तब Q-गुणांक को निम्न प्रकार प्रदर्शित करते हैं।

$$\boxed{Q = \frac{f_r}{\Delta f} = \frac{\omega_r}{\Delta\omega}}$$

Q-गुणांक के दोनो सूत्रो की तुलना करने पर - $\left(Q = \frac{\omega_r L}{R}\right)$

$\boxed{\Delta\omega = \frac{R}{L}}$; बैण्ड चौड़ाई



अर्द्धशक्ति बिन्दुओ (P_1 & P_2) के संगत शक्ति का मान, अनुनाद की अवस्था में शक्ति की तुलना में आधा हो जाता है

यदि अनुनाद की अवस्था में शक्ति व्यय -

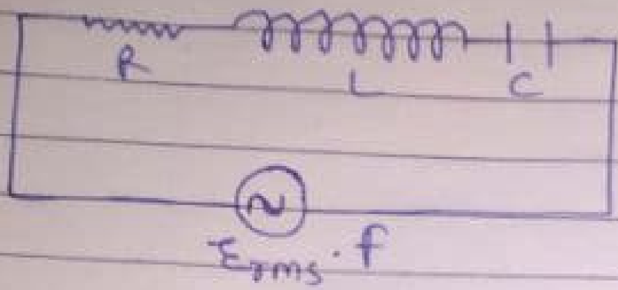
$P_{max} = I_{max}^2 R$ हो तब -

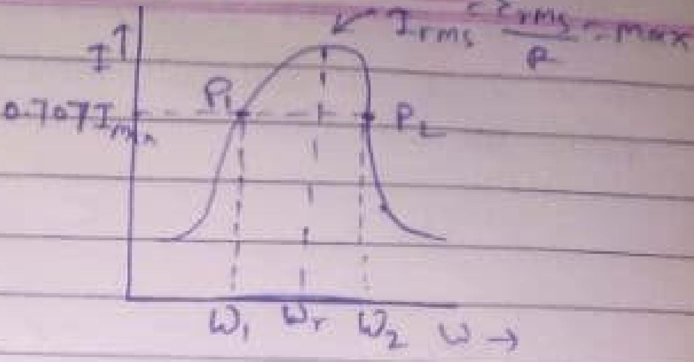
अर्द्धशक्ति बिन्दुओ पर

शक्ति व्यय $= \left(\frac{I_{max}}{\sqrt{2}}\right)^2 R$

$= \frac{P_{max}}{2}$

बैण्ड चौडाई की गणना:-





परिपथ में प्रवाहित धारा प्रतिबाधा पर निर्भर करती है।

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

अनुनाद की अवस्था में -

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}$$

$$Z = R = min.$$

$$I_{rms} = \frac{E_{rms}}{R} = max \quad , \quad P_{max} = I_{max}^2 R$$

⇒ अर्द्धशक्ति बिन्दुओ P_1 तथा P_2 के संगत शक्ति व्यय, अनुनाद की अवस्था में शक्ति व्यय का आधा होता है। अर्थात -

$$I^2 R = \left(\frac{I_{max}}{\sqrt{2}}\right)^2 R$$

$$\frac{E_{rms}^2}{Z^2} \cdot R = \frac{E_{rms}^2}{2R^2} \cdot R$$

$$Z^2 = 2R^2$$

$$R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 = 2R^2$$

$$\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 = R^2$$

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = \pm R$$

यहाँ प्राप्त धनात्मक तथा ऋणात्मक चिह्नो को अर्द्धशक्ति बिन्दुओं के संगत प्राप्त कोणीय आवृत्तियाँ ω_1, ω_2 के लिए प्रयुक्त करने पर -

$$\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C} = -R \quad \text{—(1)}$$

$$\omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C} = +R \quad \text{—(2)}$$

समी० (1) + समी० (2)

$$(\omega_1 + \omega_2) L - \frac{1}{C}\left(\frac{1}{\omega_1} + \frac{1}{\omega_2}\right) = 0$$

$$(\omega_1 + \omega_2) L = \frac{1}{C}\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{\omega_1 \omega_2}\right)$$

$$\omega_1 \omega_2 = \frac{1}{LC} \quad \text{—(3)}$$

समी० (2) में से (1) को घटाने पर

$$L(\omega_2 - \omega_1) + \frac{1}{C}\left(\frac{1}{\omega_1} - \frac{1}{\omega_2}\right) = 2R$$

$$L(\omega_2 - \omega_1) + \frac{1}{C}\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_1 \omega_2}\right) = 2R$$

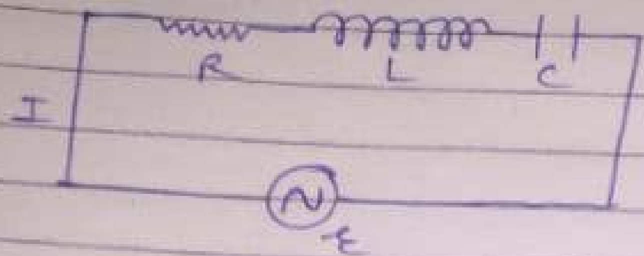
$\omega_1 \omega_2 = \frac{1}{LC}$ रखने पर -

$$2(\omega_2 - \omega_1) L = 2R$$

$$\boxed{\omega_2 - \omega_1 = \frac{R}{L}}$$

अर्द्धशक्ति बिन्दुओं के संगत वक्र की चौड़ाई अर्थात् बैण्ड चौड़ाई R/L प्राप्त होती है।

प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में तात्क्षणिक शक्ति तथा औसत शक्ति:-



यदि परिपथ में प्रवाहित प्रत्यावर्ती धारा की प्रकृति ज्यावक्रीय हो तब -

$$I = I_0 \sin\omega t \quad \text{—— } 1.$$
$$\varepsilon = \varepsilon_0 \sin(\omega t + \phi) \quad \text{—— } 2.$$

किसी क्षण पर शक्ति व्यय -

$$P(t) = \varepsilon I$$
$$= \varepsilon_0 I_0 \sin\omega t \cdot \sin(\omega t + \phi) \quad \text{—— } 3.$$
$$= \varepsilon_0 I_0 [\sin^2\omega t \cos\phi + \sin\omega t \cos\omega t \sin\phi] \text{— } 4$$

समी॰ ③ तथा ④ तात्क्षणिक शक्ति को प्रदर्शित करते है।

औसत शक्ति व्यय:-

परिभाषा के अनुसार -

औसत शक्ति $\bar{P} = \frac{\text{कुल ऊर्जा}}{\text{कुल समय}}$

$$\bar{P} = \frac{\int_0^T P \cdot dt}{\int_0^T dt}$$

$$= \frac{\varepsilon_0 I_0}{T} \left[\cos\phi \int \sin^2\omega t \, dt + \sin\phi \int \sin\omega t \cos\omega t \, dt \right]_0^T$$

— ⑤

जहाँ

$$\int_0^T \sin^2\omega t\, dt$$

$$\int_0^T \left(\frac{1-\cos 2\omega t}{2}\right) dt$$

$$\frac{1}{2}\left[T - \frac{1}{2\omega}(\sin 2\omega t)_0^{T=\frac{2\pi}{\omega}}\right]$$

$$\frac{1}{2}\left[T - \frac{1}{2\omega}(\sin 4\pi - \sin 0^\circ)\right]$$

$$\frac{T}{2} \quad \text{— 5A}$$

व

$$\int_0^T (\sin\omega t \cos\omega t)\, dt$$

$$\frac{1}{2}\int_0^T \sin 2\omega t\, dt$$

$$\frac{1}{4\omega}\left[-\cos 2\omega t\right]_0^{T=\frac{2\pi}{\omega}}$$

$$\frac{1}{4\omega}\left[-\cos 4\pi - (-\cos 0^\circ)\right]$$

$$\frac{1}{4\omega}\left[-1+1\right]$$

$$= 0 \quad \text{— 5B}$$

समी० (5) में 5A व 5B का मान रखने पर -

$$\overline{P} = \frac{E_0 I_0}{T}\left[\cos\phi \cdot \frac{T}{2}\right]$$

$$\boxed{\overline{P} = \frac{E_0 I_0}{2}\cos\phi}$$

$$\boxed{\overline{P} = E_{rms}\, I_{rms} \cos\phi}$$

यदि परिपथ में वोल्टमीटर तथा अमीटर उपस्थित हो तब वोल्टमीटर व अमीटर के पाठ्यांको का गुणनफल अर्थात $E_{rms} \cdot I_{rms}$ को आभासी शक्ति कहते है। अतः -

$$\boxed{\bar{P} = P_{\text{आभासी}} \cos\phi}$$

जहाँ $P_{\text{आभासी}} = \mathcal{E}_{rms} I_{rms}$

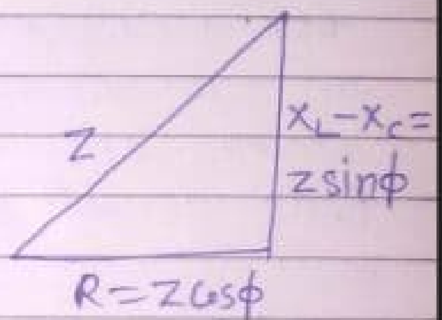
शक्ति गुणांक :-

किसी प्रत्यावर्ती परिपथ में औसत शक्ति व्यय तथा आभासी शक्ति व्यय का अनुपात शक्ति गुणांक कहलाता है।

$$\boxed{\cos\phi = \frac{\bar{P}}{P_{\text{आभासी}}}}$$; शक्ति गुणांक

तथा -

$$\boxed{\cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}}$$



प्रतिबाधा त्रिभुज

अनमोल बातें :-

* यदि परिपथ मे केवल प्रतिरोध उपस्थित हो तब कलान्तर $\phi = 0°$ । अतः -

$$\boxed{\cos\phi = 1}$$

एवं -

$$\boxed{\bar{P} = \mathcal{E}_{rms} I_{rms} = max}$$

* परिपथ में प्रतिरोध के अनुपस्थित होने पर (L/C)

$$\cos\phi = 0 \quad (\phi = \pm \pi/2)$$

शक्ति व्यय $\bar{P} = 0$

* परिपथ में केवल प्रतिरोध ही ऐसा घटक है जिसके कारण शक्ति व्यय होता है संधारित्र अथवा कुण्डली पर संचित ऊर्जा को पुनः प्राप्त किया जाता है।

* जिन स्थानो पर शक्ति व्यय कम चाहिए वहाँ संधारित्र अथवा कुण्डली का उपयोग किया जाता है।

★कार्यहीन धारा तथा कार्यधारी धारा (Wattless & wattfull curent):-

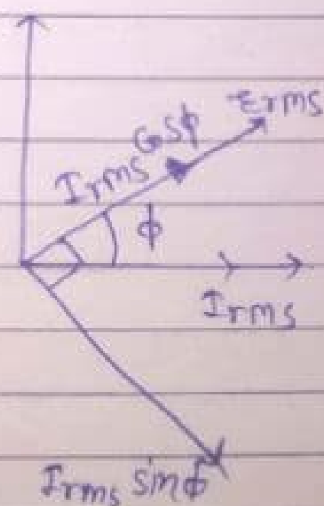
प्रत्यावर्ती परिपथ मे प्रवाहित धारा का वह घटक जिसके कारण शक्ति व्यय शून्य हो, धारा का कार्यहीन घटक अथवा कार्यहीन धारा कहलाती है।
तथा धारा का वह घटक जिसके कारण शक्ति व्यय शून्य न हो, कार्यधारी धारा कहलाती है।
किसी प्रत्यावर्ती परिपथ मे एक पूर्ण चक्र के लिए औसत शक्ति व्यय को निम्न सूत्र द्वारा प्रदर्शित किया जाता है -

$$\bar{P} = E_{rms} I_{rms} \cos\phi$$

I_{rms} को घटको मे वियोजित करने पर -

(i) E_{rms} के अनुदिश घटक $= I_{rms}\cos\phi$

(ii) E_{rms} के लंबवत् घटक $= I_{rms}\sin\phi$



$$\bar{P} = E_{rms}(I_{rms}\cos\phi)\cos 0^\circ$$
$$\bar{P} = E_{rms} I_{rms}\cos\phi \neq 0;$$

; कार्यधारी धारा

$$\bar{P} = E_{rms}(I_{rms}\sin\phi)\cos 90^\circ$$

$\bar{P} = 0$; कार्यहीन धारा / वाटलेस धारा
वाटहीन धारा

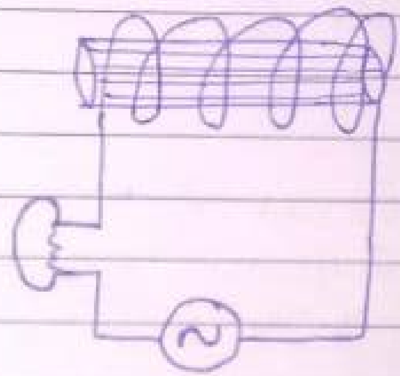
प्रत्यावर्ती धारा के घटक $I_{rms}\sin\phi$ के कारण शक्ति व्यय शून्य प्राप्त होता है अतः इसे धारा का कार्यहीन घटक अथवा कार्यहीन धारा कहते है।

चोक कुण्डली:-

वह युक्ति जिसका उपयोग बिना वैद्युत क्षय के प्रत्यावर्ती धारा को नियंत्रित करने में किया जाता है, चोक कुण्डली कहलाती है। चोक कुण्डली का प्रेरकत्व उच्च होता है।

बनावट:-

चोक कुण्डली को एक नरम लोहे की तथा पटलित क्रोड पर तॉंबे के अनेक फेरे लपेटकर बनाया जाता है प्रतिरोध का मान कम करने के लिए तॉंबे के तारो को मोटा लिया जाता है



सिद्धांत:-

प्रत्यावर्ती परिपथ में एक पूर्ण चक्र के लिए औसत शक्ति व्यय -

$$\overline{P} = E_{rms} I_{rms} \cos\phi$$

शुद्ध प्रेरकीय परिपथ के लिए $\phi = \pi/2$ अतः $\cos\phi = 0$

$$\overline{P} = 0$$

अर्थात प्रेरकत्व धारा के मान में रुकावट तो डालता है परन्तु इसके कारण शक्ति व्यय शून्य होता है। अतः प्रेरकत्व बिना ऊर्जा क्षय के धारा को नियंत्रित करता है।

उपयोग -

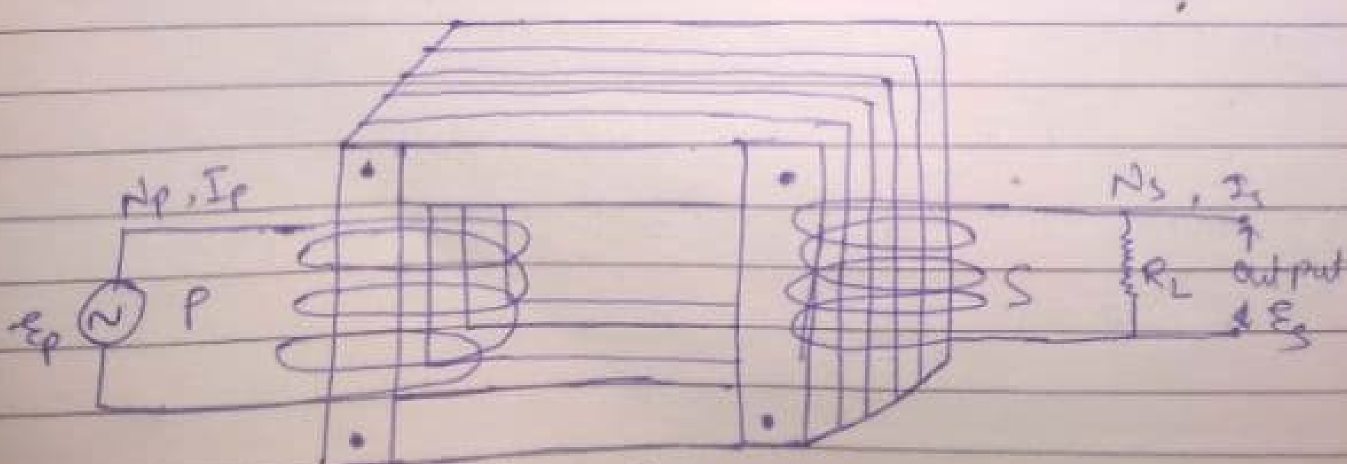
चोक कुण्डली का उपयोग मुख्यतः ट्यूबलाईट, रेडियो, टी.वी. इत्यादि में किया जाता है।

⇒ ट्रांसफॉर्मर :-

वह युक्ति जो प्रत्यावर्ती वोल्टता को प्रत्यावर्ती वोल्टता में ही परिवर्तित करती है परन्तु इसके परिमाण को कम अथवा अधिक कर दे, ट्रांसफॉर्मर कहलाती है।
ट्रांसफार्मर अन्योन्य प्रेरण के सिद्धांत पर कार्य करता है अतः केवल प्रत्यावर्ती विभव के लिए ही उपयोगी है दिष्ट विभव के लिए नहीं।

बनावट :-

इसमें एक बंद लोहे की पतली क्रोड पर दो तांबे के तारो की कुण्डलियाँ लपेटी जाती हैं। इन कुण्डलियो को प्राथमिक व द्वितीयक कुण्डलियाँ कहते हैं। दिया गया प्रत्यावर्ती विभव स्त्रोत प्राथमिक कुण्डली के साथ संयोजित किया जाता है। तथा द्वितीयक कुण्डली पर निर्गत प्रत्यावर्ती वोल्टता प्राप्त करते हैं।



Transformer

कार्यविधि एवं सूत्र की स्थापना :-

यदि प्राथमिक कुण्डली में प्रत्यावर्ती धारा स्त्रोत आरोपित किया जाये तब धारा परिवर्तन के कारण प्राथमिक कुण्डली में परिवर्तनशील चु॰क्षे॰ प्राप्त होता है। परिणामस्वरूप द्वितीयक कुण्डली से सम्बद्ध चु॰बल रेखाओ में परिवर्तन होने के कारण द्वितीयक कुण्डली में विद्युत वाहक बल प्रेरित हो जाता है।

सभी प्रकार के ट्रांजिस्टरो के लिये वि॰वा॰बलो का अनुपात कुण्डलियो में फेरो के अनुपात के समान होता है। अर्थात -

$$\boxed{\frac{E_s}{E_p} = \frac{N_s}{N_p}} \quad \text{— (1)}$$

यहाँ N_s/N_p को चक्र अनुपात कहते है

किसी भी प्रकार के ट्रांसफॉर्मर की दक्षता 100% नही होती क्योंकि विद्युत ऊर्जा का कुछ भाग ऊष्मा के रूप मे व्यय हो जाता है। ट्रांसफॉर्मर की दक्षता को निम्न प्रकार परिभाषित किया जाता है।

$$\text{दक्षता } \eta = \frac{\text{उपयोगी कार्य}}{\text{दी गई कुल ऊर्जा}}$$

अथवा

$$\text{दक्षता } \eta = \frac{\text{निर्गत शक्ति}}{\text{निवेशी शक्ति}}$$

$$\boxed{\eta = \frac{E_s \cdot I_s}{E_p \cdot I_p}}$$

यदि ट्रांसफॉर्मर आदर्श हो तब दक्षता 100% प्राप्त होगी। अतः आवम आदर्श अवस्था के लिए -

$$E_s I_s = E_p I_p$$

$$\frac{E_s}{E_p} = \frac{I_p}{I_s} \quad \text{--- (2)}$$

समी० (1) व (2) से -

$$\boxed{\frac{E_s}{E_p} = \frac{N_s}{N_p} = \frac{I_p}{I_s}}$$

ट्रांसफॉर्मर के प्रकार :-

1. उच्चाई ट्रांसफॉर्मर (Step up Transformer) :- यदि प्राथमिक कुण्डली में आरोपित वोल्टता की तुलना में द्वितीयक कुण्डली में प्राप्त वोल्टता अधिक हो तब ट्रांसफॉर्मर को उच्चाई ट्रांसफॉर्मर कहते है। उच्चाई ट्रांसफॉर्मर के लिए —

$$E_s > E_p$$
$$N_s > N_p$$
$$I_p > I_s$$

उच्चाई ट्रांसफॉर्मर के लिए प्राथमिक कुण्डली में धारा का मान अधिक होता है अत: प्राथमिक कुण्डली में प्रयुक्त तॉबे के तारो को अधिक मोटा लिया जाता है।

2. अपचायी ट्रांसफॉर्मर (Step down Transformer) :- यदि द्वितीयक कुण्डली में प्राप्त वोल्टता, प्राथमिक कुण्डली में आरोपित वोल्टता की तुलना में कम हो तब ट्रांसफॉर्मर को अपचायी ट्रांसफॉर्मर कहते हैं। अपचायी ट्रांसफॉर्मर के लिए—

$$E_p > E_s$$
$$N_p > N_s$$

$I_s > I_p$

अपचायी ट्रांसफॉर्मर के लिए द्वितीयक कुण्डली मे धारा का मान अधिक होने के कारण यहाँ ~~प्रयु~~ प्रयुक्त ताँबे के तारो को अधिक मोटा लिया जाता है।

ट्रांसफॉर्मर मे होने वाली ~~विद्यु~~ ऊर्जा हानि तथा निराकरण :-

किसी भी प्रकार के ट्रांसफॉर्मर की दक्षता 100% नही होती क्योंकि विद्युत ऊर्जा का कुछ भाग ऊष्मा के रूप मे परिवर्तित हो जाता है जो कि अनुपयोगी है।

1. ताँम्र हानि :-

ताँबे के तारो का प्रतिरोध शून्य नही होता अतः कुण्डलियो मे ~~क~~ जूल ऊष्मा उत्पन्न होती है।

$$H = I^2Rt \; ; \text{ जूल ऊष्मा}$$

ताम्र हानि का निराकरण करने हेतु ताँबे के तारो को मोटा लिया जाता है।

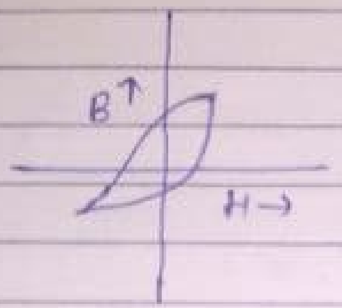
2. भँवर धारा हानि :-

ट्रांसफॉर्मर की क्रोड लोहे की होने के कारण इसमें भँवर धारा उत्पन्न होती है अतः अत्यधिक मात्रा में ऊष्मा उत्पन्न होगी।

भँवर धाराओ की मात्रा को कम करने के लिए ट्रांसफॉर्मर की क्रोड को पटलित किया जाता है। अर्थात क्रोड बनाने के लिए ताँबे की पतली-पतली पत्तियो को कुचालक वारनेश करके परस्पर संयोजित करते है।

3. शैथिल्य हानिः-

ट्रांसफॉर्मर की क्रोड मे शैथिल्य हानि पाई जाती है जिसके अनुसार बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र की तुलना मे चु० क्षे० B सदैव पीछे रहता है।



ऊर्जा हानि = AVN

जहाँ A = शैथिल्य वक्र का क्षे०

V = आयतन

N = चक्रो की संख्या

शैथिल्य हानि के निराकरण हेतु क्रोड नरम लोहे की बनाई जाती है। ताकि शैथिल्य वक्र का क्षे० कम हो

4. फ्लक्स क्षरण :-

यदि प्राथमिक कुण्डली का सम्पूर्ण फ्लक्स द्वितीयक कुण्डली से सम्बद्ध नही हो पाये तब इसे फ्लक्स क्षरण कहते हैं।

प्राथमिक कुण्डली की सम्पूर्ण चु० ऊर्जा द्वितीयक कुण्डली तक नही पहुँच पाती अतः ऊर्जा हानि होती है।

इसके निराकरण के लिए प्राथमिक एवं द्वितीयक कुण्डलियो को क्रोड के एक ही भाग पर लपेटा जाता है अथवा क्रोड को बंद वक्र के रूप मे लिया जाता है। ताकि सम्पूर्ण बल रेखाये क्रोड मे ही सीमित रहे।

प्रश्न: एक ट्रांसफॉर्मर का चक्र अनुपात 8:1 है तथा ट्रांसफॉर्मर की प्रकृति उच्चाई है यदि ट्रांसफॉर्मर की प्राथमिक कुण्डली मे एक 5V. की बैटरी संयोजित की जावे तब द्वितीयक कुण्डली मे प्राप्त वि० वा० बल का मान ज्ञात करे।

Ans. चूंकि प्राथमिक कुण्डली मे प्रयुक्त वोल्टता स्त्रोत एक दिष्ट वोल्टता स्त्रोत है। अतः फ्लक्स परिवर्तित नही होने के कारण प्राप्त विभव शून्य होगा।

यदि प्राथमिक कुण्डली मे प्रत्यावर्ती वोल्टता स्त्रोत से संयोजित करे तब-

$$\frac{E_s}{E_p} = \frac{N_s}{N_p}$$

$$\frac{E_s}{5} = \frac{8}{1}$$

$$\boxed{E_s = 40V}$$

<u>Note</u>:- मेटल डिटेक्टर (धातु संसूचक):-

जब कोई व्यक्ति किसी धातु संसूचक से गुजरता है तब वह एक कुण्डली से होकर गुजर रहा होता है। जेब मे धातु उपस्थित होने पर परिपथ की प्रतिबाधा बदलती है एवं अत: धारा मे परिवर्तन होने के कारण संयोजित इलेक्ट्रोनिक परिपथ चेतावनी ध्वनि उत्पन्न करता है।