

निर्देश–

1. सभी प्रश्न हल करना अनिवार्य है।

प्र.1. सही विकल्प चुनकर लिखिये। 1×5=5

1. यदि $f: R \rightarrow R$, $f(x) = (3 - x)$ द्वारा प्रदत्त है तो $f \circ f(x)$ का मान होगा –

- | | |
|------------|----------------|
| अ. $3 - x$ | ब. $(3 - x)^2$ |
| स. x | द. x^2 |

2. $\tan^{-1} \sqrt{3} + \sec^{-1} 2$ का मान होगा –

- | | |
|---------------------|--------------------|
| अ. $\frac{2\pi}{3}$ | ब. $\frac{\pi}{2}$ |
| स. $\frac{\pi}{3}$ | द. π |

3. आव्यूह A तथा B एक दूसरे के व्युत्क्रम होंगे यदि

- | | |
|-----------------|-------------|
| अ. $AB = 0$ | ब. $AB = I$ |
| स. $AB \neq BA$ | द. $A = B$ |

4. यदि $\begin{vmatrix} x & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & x \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$ हो तो x बराबर है।

- | | |
|------|------|
| अ. 3 | ब. 4 |
| स. 2 | द. 1 |

5. एक वृत्त की त्रिज्या $r = 6cm$ पर r के सापेक्ष क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर है।

- | | |
|------------|------------|
| अ. 10π | ब. 12π |
| स. 8π | द. 11π |

प्र.2. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए– 1×5=5

1. $x = 1$ पर वक्र $y = x^3 - x$ की स्पर्श रेखा की प्रवणता..... होगी।

2. फलन $f(x) = \sin x + \cos x$ का उच्चिष्ठ मान..... होगा।

3. आव्यूह A लांबिक आव्यूह कहलाती है यदि.....

4. यदि बिंदु $(-2, -5), (2, -2), (8, a)$ संरेखीय हो तो a का मान..... है।

5. अवकलों के प्रयोग द्वारा $\sqrt{0.6}$ का सन्निकट मान..... है।

प्र.3. निम्न कथनों में सत्य/असत्य बताइये– 1×5=5

1. $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y = \tan^{-1} \frac{x+y}{1-xy}$

2. गुणन संक्रिया (आव्यूहों के लिये) सदैव क्रम विनिमेय नियम का पालन करती है।

3. यदि A एक 3×3 कोटि का आव्यूह हो तो $|KA|$ का मान $K^2|A|$ होगा।
4. फलन $f(x) = 3x^2 - 4x$ अंतराल $(-\infty, \frac{2}{3})$ में वर्द्धमान है।
5. वक्र $y = e^x$ क बिंदु $(0,1)$ पर अभिलंब का समीकरण $x + y = 1$ है।

प्र4. सही जोड़ी बनाइये-

1x5=5

(अ)	(ब)
1. $\frac{d}{dx} \sec^{-1} x$	$\sec 2x$
2. $\frac{d}{dx} \sin^{-1} \frac{2x}{1+x^2}$	$\frac{1}{x} \log_e a$
3. $\frac{d}{dx} \tan x$	$\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$
4. $\frac{d}{dx} (\log_a x)$	$2x \cos(x^2)$
5. $\frac{d}{dx} \sin(x^2)$	$\frac{2}{1+x^2}$
	$\frac{1}{x}$

प्र5. निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर एक शब्द/एक वाक्य में लिखिये।

1x5=5

1. समुच्चय $A = \{1,2,3\}$ पर तत्समक संबंध लिखिए।
2. यदि $A = \begin{bmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{bmatrix}$ हो तो A^2 का मान होगा।
3. यदि $\begin{vmatrix} x+3 & -2 \\ -3x & 2x \end{vmatrix} = 8$ हो तो x का मान ज्ञात कीजिए।
4. वक्र $y = x^3 + 1$ के बिंदु $(1,2)$ पर अभिलंब की प्रवणता ज्ञात कीजिए।
5. फलन $f(x) = \sin x$ अंतराल $(0, \pi/2)$ में वर्द्धमान होगा अथवा असमान।

प्र6. यदि $A = \begin{bmatrix} \cos^2 x & \sin^2 x \\ -\sin^2 x & -\cos^2 x \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} \sin^2 x & \cos^2 x \\ -\cos^2 x & -\sin^2 x \end{bmatrix}$ हो तो $A + B$ ज्ञात कीजिए। 2

अथवा

$\cos \theta \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} + \sin \theta \begin{bmatrix} \sin \theta & -\cos \theta \\ \cos \theta & \sin \theta \end{bmatrix}$ को सरल कीजिए।

प्र7. x तथा y ज्ञात कीजिए यदि

2

$$2 \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 1 & 8 \end{bmatrix}$$

अथवा

सिद्ध कीजिए कि वर्ग आव्यूह $A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin^2 \alpha & \cos^2 \alpha \end{bmatrix}$ के लिये $AA' = I$

प्र. 8 यदि $y = \cos^{-1}(e^{-x})$ हो, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

2

अथवा

$\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए यदि

$$x = 2at, y = at^2$$

प्र. 9 $2x + 3y = \cos x$ हो, तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

अथवा

$y + \cos y = \sin x$ हो, तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्र. 10 $2\sqrt{\tan(x^2)}$ का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए। 2

अथवा

$\frac{e^x}{\sin x \cdot \tan x}$ का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए।

प्र.11 वे अन्तराल ज्ञात कीजिए जिसमें फलन $f(x) = x^3 - 27x + 5$ वर्धमान या ह्यसमान है। 3

अथवा

सिद्ध कीजिए x के सभी वास्तविक मानों के लिए फलन $f(x) = x + \sin x$ एक वर्धमान फलन है।

प्र. 12 एक गोले की त्रिज्या 8 सेमी मापी जाती है जिसमें 0.02 सेमी की त्रुटि है। इसके पृष्ठ के क्षेत्रफल के परिकलन में सन्निकट त्रुटि ज्ञात कीजिए। 3

अथवा

अवकलन का प्रयोग करके $\sqrt{25.2}$ का सन्निकट मान ज्ञात कीजिए।

प्र. 13 वृत्त के क्षेत्रफल के परिवर्तन की दर इसकी त्रिज्या r के सापेक्ष ज्ञात कीजिए जब $r = 2\text{cm}$ है। 3

अथवा

एक स्थिर झील में एक पत्थर डाला जाता है और तरंगे वृत्तो में 2cm/S की गति से चलती है। जब वृत्ताकार तरंग की त्रिज्या 5cm है, तो उस क्षण घिरा हुआ क्षेत्रफल कितनी तेजी से बढ़ रहा है?

प्र. 14 वक्र $Y = \sqrt{5x + 2} - 1$ पर उन बिंदुओं को ज्ञात कीजिए। जिन पर स्पर्श रेखा की प्रवणता $\frac{3}{4}$ है। 3

अथवा

ऐसी दो धन संख्याएँ ज्ञात कीजिए जिनका योग 8 है और जिनके वर्गों का योग न्यूनतम हो।

प्र.15 सिद्ध कीजिए कि फलन $f: R \rightarrow R$ 4

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{यदि } x > 0 \\ 0 & \text{यदि } x = 0 \\ -1 & \text{यदि } x < 0 \end{cases}$$

द्वारा प्रदत्त चिन्ह फलन न तो एकैकी है और न आच्छादक है।

अथवा

3

यदि $f(x) = 4x^2$ तथा $g(x) = x^{1/2}$

तब $g \circ f$ तथा $f \circ g$ ज्ञात कीजिए।

प्र.16 सिद्ध कीजिए की वास्तविक संख्याओं के समुच्चय R में $R = \{(a, b) : a \leq b^2\}$ द्वारा परिभाषित संबंध R , न तो स्वतुल्य है न सममित है और न ही संक्रामक है। 4

अथवा

फलन $f: R \rightarrow R$ इस प्रकार है कि $f(x) = 2x - 3$

तो दर्शाइये कि f व्युत्क्रमणीय है f का व्युत्क्रम भी ज्ञात कीजिए

प्र.17 $\tan^{-1}(\sqrt[3]{-3})$ का मुख्य मान ज्ञात कीजिए। 4

अथवा

$\cos^{-1}(-\frac{1}{2}) - 2 \sin^{-1}(-\frac{1}{2})$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.-18 $\tan^{-1}\left(\sqrt{\frac{1-\sin x}{1+\sin x}}\right), 0 < x < \pi$ को सरलतम रूप में लिखिए। 4

अथवा

$\tan\left(\cos^{-1}\frac{4}{5} + \cot^{-1}\frac{3}{2}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्र.-19 $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & 1 \\ 3 & 5 & 2 \end{vmatrix}$ का मान ज्ञात कीजिए। 4

अथवा

x का मान ज्ञात कीजिए यदि

$$\begin{vmatrix} 2 & x & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 5$$

प्र.-20 सारणी को गुणधर्म का प्रयोग करके सिद्ध कीजिए कि $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)$ 4

अथवा

सारणी को गुणधर्म का प्रयोग करके सिद्ध कीजिए कि $\begin{vmatrix} y+z & z & y \\ z & z+x & x \\ y & x & x+y \end{vmatrix} = 4xyz$

प्र.-21 एक त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष $(3,8)$, $(0,2)$ और $(6,2)$ है। 4

अथवा

सिद्ध कीजिए कि $A(x, y+z)$, $B(y, z+a)$ और $C(z, x+y)$ सरेख है।

प्र.22 यदि $A = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix}$ तो $A^3 - 6A^2 + 10A - A1$ का मान ज्ञात कीजिए। 5

अथवा

यदि $A = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 5 \end{vmatrix}$ और $B = \begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 8 & 9 \end{vmatrix}$ है तो सत्यापित कीजिए $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

प्र.23. यदि $y = \sin^{-1} x$ है तो सिद्ध कीजिए कि 5

$$y_2(1 - x^2) - xy_1 = 0$$

अथवा

यदि है $e^x(x + 1) = 1$ है तो दर्शाइए कि $\frac{d^2y}{dx^2} = \left(\frac{dy}{dx}\right)^2$ है।

प्र.20. फलन f के असांतव्य के बिंदुओं को ज्ञात कीजिए यदि 5

$$f(x) = \begin{cases} 3x + 2 & \text{यदि } x \leq 3 \\ 3x - 2 & \text{यदि } x > 3 \end{cases}$$

अथवा

a और b के उन मानों को ज्ञात कीजिए जिनके लिए

$$f(x) = \begin{cases} ax + 1 & x \leq 2 \\ bx + 1 & x > 2 \end{cases}$$

प्र.21. $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए यदि 5

$$x = a \tan \theta \quad y = b \sec \theta$$

अथवा

$\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए यदि

$$x = a(1 + \cos \theta), \quad y = a(\theta - \sin \theta)$$

प्र.26. आव्यूह विधि से निम्न समीकरणों को हल कीजिए 5

$$2x + 3y = 13$$

$$5x - y = 7$$

अथवा

आव्यूह $\begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$ को एक सममित आव्यूह तथा विषम सममित आव्यूहों के योग के रूप में लिखिए।