$\lim_{x \to 3} f(x) = 18 - 1$

$\lim_{x \to 3} f(x) = 17$

चूँकि $\lim_{x \to 3} f(x) = f(3) = 17$

अतः फलन $x = 3$ संतत है। Ans

9) त्रिज्या = 5 cm

वृत्त का क्षे० $= \pi r^2$

⇒ वृत्त के क्षे० के परिवर्तन की दर $\frac{dA}{dr} = \frac{d}{dr}(\pi r^2)$

$\frac{dA}{dr} = 2\pi r$

$\frac{dA}{dr} = 2\pi \times 5$

$\frac{dA}{dr} = 10\pi \ cm^2/cm$ Ans

10 $Tan^{-1}(1) + cos^{-1}(-1/2) + sin^{-1}(-\frac{1}{2})$

मान लीजिए कि $tan^{-1}(1) = x$

$Tan\ x = 1 = Tan \frac{\pi}{4}$

$x = tan \frac{\pi}{4}$

जहाँ x का मुख्य मान $x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ है।

∴ $tan^{-1} = \frac{\pi}{4}$

P.T.O.

11 अथवा

दिया हुआ फलन f एकैकी नहीं है, क्योंकि

$f(-x) = f(x) = x^2, \forall x \in R$, जैसे

$f(-2) = f(2) = 4$

किन्तु $-2 \neq 2$

पुनः फलन f आच्छादक नहीं है क्योंकि $-2 \in R$, डोमन R के किसी भी अवयव का f-प्रतिबिंब नहीं है। इसी प्रकार, सह प्रांत R में कोई भी ऋणात्मक वास्तविक संख्या, प्रांत R के किसी भी अवयव का वर्ग नहीं है।

इति सिद्धम् Ans

12 $\tan^{-1}\left[\tan \frac{7\pi}{6}\right]$

$= \tan^{-1}\left[\tan \pi + \frac{\pi}{6}\right]$

$= \tan^{-1}\left[\tan \frac{\pi}{6}\right]$

$= \tan^{-1}\left[\frac{\pi}{6}\right]$

$= \frac{\pi}{6}$ Ans

13 अथवा क्योंकि सीमान्त आय किसी क्षण विक्रय की गई वस्तुओं के सापेक्ष आय परिवर्तन की दर होती है। हम जानते हैं कि

सीमान्त आय $MR = \frac{dR}{dx} =$ नहीं मिल रहा

New

6 प्रश्नानुसार, $A = \{1,2,3\}$, $B = \{4,5,6,7\}$

$$f = \{(1,4),(2,5),(3,6)\}$$

$f(1) = 4$, $f(2) = 5$, $f(3) = 6$

चूँकि फलन f में भिन्न-2 अवयवों के प्रतिबिंब भिन्न-भिन्न है।

अतः f एकैकी फलन है। इति सिद्धम् Ans

7

$$\cos\theta \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} + \sin\theta \begin{bmatrix} \sin\theta & -\cos\theta \\ \cos\theta & \sin\theta \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin\theta\cos\theta \\ -\sin\theta\cos\theta & \cos^2\theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sin^2\theta & -\cos\theta\sin\theta \\ \cos\theta\sin\theta & \sin^2\theta \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos^2\theta + \sin^2\theta & \sin\theta\cos\theta - \sin\theta\cos\theta \\ -\sin\theta\cos\theta + \sin\theta\cos\theta & \cos^2\theta - \sin^2\theta \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = 1 \quad \text{Ans}$$

8 $f(3) = 2(3)^2 - 1 = 2(9) - 1 = 17$

अब

$$\lim_{x \to 3} f(x) = \lim_{x \to 3} (2x^2 - 1)$$

$$\lim_{x \to 3} f(x) = 2(3)^2 - 1$$

14 $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 4+4 & 8+12 \\ 2+3 & 4+9 \end{bmatrix}$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 8 & 20 \\ 5 & 13 \end{bmatrix}$$ Ans

अथवा

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1\times2 & 1\times3 & 1\times4 \\ 2\times2 & 2\times3 & 2\times4 \\ 3\times2 & 3\times3 & 3\times4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 4 & 6 & 8 \\ 6 & 9 & 12 \end{bmatrix}$$ Ans

अथवा

15 $f(x) = 2\sin x^2$

माना $y = 2\sin(x^2)$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(2\sin x^2)$$

x के सापेक्ष अवकलन करने पर

$$\frac{dy}{dx} = \cos x^2 \frac{d}{dx}(x^2)$$

$$\frac{dy}{dx} = \cos x^2 \, 2x$$

माना लीजिए $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) = y$

$$\cos y = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \quad y = -\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$$

$\Rightarrow y = \frac{2\pi}{3}$, जहाँ y का मुख्य मान $y \in [0, \pi]$ है।

$$\therefore \quad \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{2\pi}{3}$$

पुनः माना लीजिए कि $\sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) = z$

$$\Rightarrow \quad \sin z = \left(-\frac{1}{2}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$$

$$= \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$$

$\Rightarrow z = -\frac{\pi}{6}$ जहाँ z का मुख्य मान $z \in \left[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ है।

$$\therefore \quad \sin^{-1}\left(\frac{-1}{2}\right) = \frac{-\pi}{6}$$

अतः $\tan^{-1}(1) + \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) + \sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) = x + y + z$

$$= \frac{\pi}{4} + \frac{2\pi}{3} + \left(-\frac{\pi}{6}\right)$$

$$= \frac{3\pi + 8\pi - 2\pi}{12}$$

$$= \frac{9\pi}{12} = \frac{3\pi}{4} \quad \text{Ans}$$

$$A' + B' = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 3 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3+2 & 4+1 \\ 3-1 & 2+2 \\ 2+2 & 0+4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 5 & 5 \\ 2 & 4 \\ 4 & 4 \end{bmatrix} \text{———} (ii)$$

समी (i) व (ii) से

$$(A+B)' = A' + B'$$

Proved Ans

18 नहीं मिला

19 f एकैकी नहीं है क्योंकि $f(1) = f(2) = 1$
परन्तु आच्छादक है क्योंकि
किसी प्रदत्त $y \in N$, $y \neq 1$ के लिए हम
x को $y+1$ चुन लेते हैं, ताकि $f(y+1)$
$= y+1-1 = y$
साथ ही $1 \in N$ के लिए $f(1) = 1$ है।

इति सिद्धम् Ans

$$\frac{dy}{dx} = 2x \cos x^2 \quad \text{Ans}$$

16 $\tan^{-1}\left[2\cos\left(2\sin^{-1}\left\{\frac{1}{2}\right)\right]\right.$

$= \tan^{-1}\left[2\cos\left\{2\sin^{-1}\left(\sin\frac{\pi}{6}\right)\right\}\right]$

$= \tan^{-1}\left[2\cos\left\{2\times\frac{\pi}{6}\right)\right]$

$= \tan^{-1}\left(2\cos\frac{\pi}{3}\right)$

$= \tan^{-1}\left(2\times\frac{1}{2}\right)$

$= \tan^{-1}(1)$

$= \frac{\pi}{4}$ Ans

17 $A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$

$A' = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 3 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$, $B' = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

$(A+B)' = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 3+2 & 3-1 & 2+2 \\ 4+1 & 2+2 & 0+4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 4 \\ 5 & 4 & 4 \end{bmatrix}$

$(A+B)' = \begin{bmatrix} 5 & 5 \\ 2 & 4 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$ ——— (I)