

Serial Number



E-823



Roll No.

Higher Secondary Examination (Regular) - 2020

उच्च गणित

HIGHER MATHEMATICS

(Hindi & English Versions)

Total Questions : 26	Total Printed Pages : 16	Time : 3 Hours	Maximum Marks : 100
-----------------------------	---------------------------------	-----------------------	----------------------------

निर्देश :

- (i) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (ii) प्रश्न क्रमांक 1 से 5 तक वस्तुनिष्ठ प्रश्न हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 5 अंक का है।
- (iii) प्रश्न क्रमांक 6 से 10 तक प्रत्येक 2 अंक का है।
- (iv) प्रश्न क्रमांक 11 से 14 तक प्रत्येक 3 अंक का है।
- (v) प्रश्न क्रमांक 15 से 21 तक प्रत्येक 4 अंक का है।
- (vi) प्रश्न क्रमांक 22 से 26 तक प्रत्येक 5 अंक का है।

Instructions :

- (i) All questions are **compulsory**.
- (ii) Question Nos. **1** to **5** are objective type questions and each carries **5** marks.
- (iii) Question Nos. **6** to **10** carry **2** marks each.
- (iv) Question Nos. **11** to **14** carry **3** marks each.
- (v) Question Nos. **15** to **21** carry **4** marks each.
- (vi) Question Nos. **22** to **26** carry **5** marks each.

ਖੱਡ — “ਅ”

SECTION - "A"

1 सही विकल्प चुनकर लिखिए :

5



Choose and write the correct options :



2 रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

(i) प्रत्येक अवकलनीय फलन _____ होता है।

(ii) प्रथम चतुर्थांश में वृत्त $x^2 + y^2 = 4$ एवं रेखाओं $x = 0, y = 2$ से धिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल _____ है।

(iii) चार कोटि वाले किसी अवकल समीकरण के व्यापक हल में उपस्थित स्वेच्छ अचरों की संख्या _____ है।

(iv) मूल बिंदु 0 से समतल $\vec{r} \cdot \vec{N} = d$ की दूरी _____ है।

(v) सभी व्यवरोधों और ऋणेतर व्यवरोधों $x \geq 0, y \geq 0$ द्वारा निर्धारित उभयनिष्ठ क्षेत्र, एक रेखीय प्रोग्रामन समस्या का _____ कहलाता है।

Fill in the blanks :

(i) Every differentiable function is _____.

(ii) Area lying in the first quadrant and bounded by the circle $x^2 + y^2 = 4$ and the lines $x = 0$ and $y = 2$ is _____.

(iii) The number of arbitrary constants in the general solution of a differential equation of fourth order are _____.

(iv) The length of the perpendicular from origin 0 to the plane $\vec{r} \cdot \vec{N} = d$ is _____.

(v) The common region determined by all the constraints including the non-negative constraints $x \geq 0, y \geq 0$ of a linear programming problem is called _____ for the problem.

3 निम्नलिखित कथनों में सत्य / असत्य लिखिए :

5

(i) यदि A और B दो ऐसी घटनाएँ हैं कि $P(A) \neq 0$ और $P(B/A) = 1$, तब $A \subset B$.

(ii) A द्वारा सत्य बोलने की प्रायिकता $\frac{4}{5}$ है। एक सिक्का उछाला जाता है तथा

A बताता है कि चित प्रदर्शित हुआ। वास्तविक रूप में चित प्रकट होने की प्रायिकता $\frac{4}{5}$ है।

(iii) सुसंगत क्षेत्र के बाह्य भाग के किसी भी बिन्दु को संगत हल कहते हैं।

(iv) यदि एक रेखा की दिक्कोसाइन l, m, n हैं, तो $l^2 + m^2 + n^2 = 0$ ।

(v) त्रिभुज की तीनों भुजाओं को क्रम में लेने पर उनका सदिश योग्य $\vec{0}$ है।

Write true / false in the following statements :

(i) If A and B are two events such that $P(A) \neq 0$ and $P(B/A) = 1$,
then $A \subset B$.

(ii) Probability that A speaks truth is $\frac{4}{5}$. A coin is tossed, A reports that

a head appears. The probability that actually there was head is $\frac{4}{5}$.

(iii) Any point outside the feasible region is the feasible solution.

(iv) If l, m, n are the direction cosines of a line, then $l^2 + m^2 + n^2 = 0$.

(v) The vector sum of the three sides of a triangle taken in order is $\vec{0}$.



4 सही जोड़ी बनाइए :

Match the correct pairs :

स्तम्भ 'अ' Column ('A')

(i) $\int \cot x \, dx =$

(ii) $\int \tan x \, dx =$

(iii) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} =$

(iv) $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} =$

(v) $\int \sqrt{x^2 + a^2} \, dx =$

स्तम्भ 'ब' Column ('B')

(a) $\frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + c$

(b) $\frac{x}{2} \sqrt{x^2 + a^2} + \frac{a^2}{2} \log \left| x + \sqrt{x^2 + a^2} \right| + c$

(c) $\frac{x}{2} \sqrt{x^2 - a^2} - \frac{a^2}{2} \log \left| x + \sqrt{x^2 - a^2} \right| + c$

(d) $\log |\sec x| + c$

(e) $\log \left| x + \sqrt{x^2 + a^2} \right| + c$

(f) $\log |\sin x| + c$

(g) $\log |\sec x + \tan x| + c$

5 प्रत्येक का एक शब्द / वाक्य में उत्तर दीजिए :

(i) एक वृत्त की त्रिज्या $r = 6$ सेमी पर r के सापेक्ष क्षेत्रफल परिवर्तन की दर क्या है?

(ii) वक्र $x^2 = 4y$ का बिन्दु (1, 2) से होकर जाने वाले अभिलंब का समीकरण लिखिए।

(iii) यदि $f(x) = 3x^2 + 15x + 5$ हो, तो $f(3.02)$ का सन्निकट मान लिखिए।

(iv) वक्र $y = 2x^2 + 3 \sin x$ के $x=0$ पर अभिलंब की प्रवणता लिखिए।

(v) एक उत्पाद की x इकाइयों के विक्रय से प्राप्त कुल आय रूपये में

$R(x) = 3x^2 + 36x + 5$ से प्रदत्त है। जब $x = 15$ है, तो सीमांत आय लिखिये।

Give answers in one word / sentence each :

(i) What is the rate of change of the area of a circle with respect to its radius r at $r = 6$ cm?

(ii) Write the equation of the normal to the curve $x^2 = 4y$ which passes through the point (1, 2). <http://www.mpboardonline.com>

(iii) If $f(x) = 3x^2 + 15x + 5$, then find the approximate value of $f(3.02)$.

(iv) Write the slope of the normal to the curve $y = 2x^2 + 3 \sin x$ at $x = 0$.

(v) The total revenue in Rupees received from the sale of x units of a product is given by $R(x) = 3x^2 + 36x + 5$. Write the marginal revenue, when $x = 15$.

5



खण्ड - "ब"

SECTION - "B"

6 X तथा Y ज्ञात कीजिए, यदि

2

$$X+Y = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \text{ तथा } X-Y = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

Find X and Y , if

$$X+Y = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \text{ and } X-Y = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

अथवा / OR

निर्दिशित गुणनफल परिकलित कीजिए :

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} [2 \ 3 \ 4]$$

Compute the indicated product :

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} [2 \ 3 \ 4]$$

7 जाँचिए कि क्या $f(x) = x^2, x=0$ पर संतत है ?

2

Examine whether the function f given by $f(x) = x^2$ is continuous at $x=0$.

अथवा / OR

यदि $x-y=\pi$, तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find $\frac{dy}{dx}$, if $x-y=\pi$



8 मान ज्ञात कीजिए :

2

$$\int \frac{\sin(\tan^{-1} x)}{1+x^2} dx$$

Evaluate :

$$\int \frac{\sin(\tan^{-1} x)}{1+x^2} dx$$

अथवा / OR

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int (1-x) \sqrt{x} dx$$

Evaluate :

$$\int (1-x) \sqrt{x} dx$$

9 दो सदिशों \vec{a} और \vec{b} के परिमाण क्रमशः 1 और 2 हैं तथा $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$,
इन सदिशों के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

2

Find the angle between two vectors \vec{a} and \vec{b} with magnitudes 1 and 2
respectively and when $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$.

अथवा / OR

सदिश $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j}$ के अनुदिश एक ऐसा सदिश ज्ञात कीजिए जिसका परिमाण
7 इकाई है।

Find a vector in the direction of vector $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j}$ that has magnitude
7 units.

10 x, y और z -अक्षों की दिक् कोसाइन ज्ञात कीजिए।

Find the direction cosines of x, y and z -axis.

2

अथवा OR

बिन्दु $(1, 2, 3)$ से गुजरने वाली रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो सदिश $3\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$ के समान्तर है।

Find the equation of the line which passes through the point $(1, 2, 3)$ and is parallel to the vector $3\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$.

11 एक स्थिर झील में एक पत्थर डाला जाता है और तरंगे वृत्तों में 4 सेमी/से की गति से चलती हैं। जब वृत्ताकार तरंग की त्रिज्या 10 सेमी है, तो उस क्षण, घिरा हुआ क्षेत्रफल कितनी तेजी से बढ़ रहा है?

3

A stone is dropped into a quiet lake and waves move in circles at a speed of 4 cm per second. At the instant, when the radius of the circular wave is 10 cm, how fast is the enclosed area increasing?

अथवा / OR

$\sqrt{36.6}$ का सन्निकट करने के लिए अवकलज का प्रयोग कीजिए।

Use differential to approximate $\sqrt{36.6}$.

12 ऐसी दो धन संख्याएँ ज्ञात कीजिए जिनका योग 15 है और जिनके वर्गों का योग न्यूनतम हो।

3

Find two positive numbers whose sum is 15 and the sum of whose squares is minimum.

अथवा / OR

एक गोले की त्रिज्या 9 सेमी मापी जाती है जिसमें 0.03 सेमी की त्रुटि है। इसके आयतन के परिकलन में सन्निकट त्रुटि ज्ञात कीजिए।

If the radius of a sphere is measured as 9 cm with an error 0.03 cm, then find the approximate error in calculating its volume.



13 सदिश $(\vec{a} + \vec{b})$ और $(\vec{a} - \vec{b})$ में से प्रत्येक के लंबवत् मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए जहाँ 3

$$\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}, \quad \vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k} \text{ हैं।}$$

Find a unit vector perpendicular to each of the vectors $(\vec{a} + \vec{b})$ and $(\vec{a} - \vec{b})$.

$$\text{where } \vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}, \quad \vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}.$$

अथवा / OR

दर्शाइए कि बिन्दु $A(-2\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k})$, $B(\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k})$ और $C(7\hat{i} - \hat{k})$ संरेख हैं।

Show that the point $A(-2\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k})$, $B(\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k})$ and

$C(7\hat{i} - \hat{k})$ are collinears.

14 रेखा $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-3}{6}$ और समतल $10x + 2y - 11z = 3$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए। 3

Find the angle between the line $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-3}{6}$ and the plane $10x + 2y - 11z = 3$.

अथवा / OR

दर्शाइए कि रेखाएँ

$$\frac{x+3}{-3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-5}{5} \text{ तथा } \frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-5}{5} \text{ समतलीय हैं।}$$

Show that the lines

$$\frac{x+3}{-3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-5}{5} \text{ and } \frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-5}{5} \text{ are coplanar.}$$



15 जाँच कीजिए कि क्या समुच्चय $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ में $R = \{(a, b) : b = a+1\}$ द्वारा परिभाषित संबंध R स्वतुल्य, सममित या संक्रामक है।

4

Check whether the relation R defined in the set $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ as $R = \{(a, b) : b = a+1\}$ is reflexive, symmetric or transitive.

अथवा / OR

सिद्ध कीजिए कि $a * b = a + 2b$ द्वारा परिभाषित $* : R \times R \rightarrow R$ न तो क्रमविनिमेय है ना ही साहचर्य है।

Show that $* : R \times R \rightarrow R$ defined by $a * b = a + 2b$ is neither commutative nor associative.

16 $\tan^{-1}\left(\frac{\cos x}{1-\sin x}\right), -\frac{3\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ को सरलतम रूप में व्यक्त कीजिए।

4

Express $\tan^{-1}\left(\frac{\cos x}{1-\sin x}\right), -\frac{3\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ in the simplest form.

अथवा / OR

दर्शाइए कि $\sin^{-1}\frac{3}{5} - \sin^{-1}\frac{8}{17} = \cos^{-1}\frac{84}{85}$

Show that $\sin^{-1}\frac{3}{5} - \sin^{-1}\frac{8}{17} = \cos^{-1}\frac{84}{85}$

17 यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$ और $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$, तो सत्यापित कीजिए कि $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ है।

If $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$, then verify that $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.

अथवा / OR

सिद्ध कीजिए कि $\begin{vmatrix} y+k & y & y \\ y & y+k & y \\ y & y & y+k \end{vmatrix} = k^2(3y+k)$

Prove that $\begin{vmatrix} y+k & y & y \\ y & y+k & y \\ y & y & y+k \end{vmatrix} = k^2(3y+k)$



18/ विंदु $(2, 5, -3)$ की समतल $\vec{r} \cdot (6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}) = 4$ से दूरी ज्ञात कीजिए। 4

Find the distance of a point $(2, 5, -3)$ from the plane $\vec{r} \cdot (6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}) = 4$.

अथवा / OR

उस समतल का सदिश और कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए, जो विंदु $(5, 2, -4)$ से जाता है और $2, 3, -1$ दिक्-अनुपात वाली रेखा पर लंब है।

Find the vector and Cartesian equations of the plane which passes through the point $(5, 2, -4)$ and perpendicular to the line with direction ratios $2, 3, -1$.

- 19 आलेख द्वारा निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को हल कीजिए :
निम्न व्यवरोधों के अंतर्गत :

$$x + y \leq 50$$

$$3x + y \leq 90$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

$Z = 4x + y$ का अधिकतम मान ज्ञात कीजिए।

Solve the following linear programming problem graphically :

Maximum : $Z = 4x + y$

Subject to the constraints :

$$x + y \leq 50$$

$$3x + y \leq 90$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

अथवा / OR

किसानों की एक सहकारी समिति के पास दो फसलों X और Y के उगाने के लिए 50 हेक्टेयर भूमि है। फसलों X और Y से प्रति हेक्टेयर लाभ का क्रमशः रु. 10,500 और रु. 9,000 का अनुमान लगाया गया है। फसलों X व Y के लिए अपरूप नियंत्रण के लिए शाक-नाशी द्रव का क्रमशः 20 लिटर तथा 10 लिटर प्रति हेक्टेयर प्रयोग किया जाता है। इसके अतिरिक्त प्रयुक्त भूमि से जुड़ी नालियों से संबद्ध तालाब पर निर्भर जीवधारियों एवं मछलियों की जीवन-सुरक्षा हेतु शाकनाशी की मात्रा 800 लिटर से अधिक न हो। प्रत्येक फसल के लिए कितनी भूमि का आवंटन होना चाहिए ताकि समिति के कुल लाभ का अधिकतमीकरण किया जा सके?

A cooperative society of farmers has 50 hectares of land to grow two crops X and Y . The profit from crops X and Y per hectare are estimated as Rs. 10,500 and Rs. 9,000 respectively. To control weeds, a liquid herbicide has to be used for crops X and Y at rates of 20 litres and 10 litres per hectare. Further, no more than 800 litres of herbicides should be used in order to protect fish and wild life using a pond which collects drainage from this land. How much land should be allocated to each crop so as to maximise the total profit of the society ?



20 यह ज्ञात है कि एक महाविद्यालय के छात्रों में से 60% छात्रावास में रहते हैं और 40% छात्रावास में नहीं रहते हैं। पूर्ववर्ती वर्ष के परिणाम सूचित करते हैं कि छात्रावास में रहनेवाले छात्रों में से 30% और छात्रावास में न रहने वाले छात्रों में से 20% छात्रों ने A-ग्रेड लिया। वर्ष के अंत में महाविद्यालय के एक छात्र को यादृच्छ्या चुना गया और यह पाया गया कि उसे A-ग्रेड मिला है। इस बात की क्या प्रायिकता है कि वह छात्रावास में रहने लगा है?

Of the students in a college, it is known that 60% reside in hostel and 40% are day scholars (not residing in hostel). Previous year results report that 30% of all students who reside in hostel attain A grade and 20% of day scholars attain A grade in their annual examination. At the end of the year, one student is chosen at random from the college and he has an A grade, what is the probability that the student is a hostier ?

अथवा / OR

एक अनभिन्नत (unbiased) पासे को दो बार उछाला गया। मान लें A घटना “पहली उछाल पर विषम संख्या प्राप्त होना” और B घटना “द्वितीय उछाल पर विषम संख्या प्राप्त होना” दर्शाते हैं। घटनाओं A और B के स्वातंत्र्य का परीक्षण कीजिए।

An unbiased die is thrown twice. Let the event A be "Odd number on the first throw" and B the event "Odd number on the second throw". Check the independence of the events A and B.

21 30 बल्बों के ढेर से, जिसमें 6 बल्ब खराब हैं 4 बल्बों का एक नमूना (प्रतिदर्श) यादृच्छ्या बिना प्रतिस्थापन के निकालो जाता है। खराब बल्बों की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए।

From a lot of 30 bulbs which include 6 defective, a sample of 4 bulbs is drawn at random with replacement. Find the probability distribution of the number of defective bulbs. <http://www.mpboardonline.com>

अथवा / OR

एक बक्से में दस कार्ड 1 से 10 तक पूर्णांक लिख कर रखे गए और उन्हें अच्छी तरह मिलाया गया। इस बक्से से एक कार्ड यादृच्छ्या निकाला गया। यदि यह ज्ञात हो कि निकाले गए कार्ड पर संख्या 3 से अधिक है, तो इस संख्या के सम होने की क्या प्रायिकता है? Ten cards numbered 1 to 10 are placed in a box, mixed up thoroughly and then one card is drawn randomly. If it is known that the number on the drawn card is more than 3, what is the probability that it is an even number ?



22 आव्यूह $B = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$ को एक सममित आव्यूह तथा एक विषम सममित

आव्यूह के योगफल के रूप में व्यक्त कीजिए।

Express the matrix $B = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$ as the sum of a symmetric and a skew symmetric matrix.

अथवा / OR

प्रारंभिक संक्रियाओं के प्रयोग द्वारा आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ का व्युलक्स ज्ञात कीजिए।

By using elementary operations, find the inverse of the matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$.

23 फलन $f(x) = x^2 + 2x - 8, x \in [-4, 2]$ के लिए रोले के प्रमेय को सत्यापित कीजिए। 5

Verify Rolle's theorem for the function $f(x) = x^2 + 2x - 8, x \in [-4, 2]$.

अथवा / OR

x के सापेक्ष a^x का अवकलन कीजिए, जहाँ a एक धन अचर है।

Differentiate a^x w.r.t. x , where a is a positive constant.



24 $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^4 x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

5

Evaluate $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^4 x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx$

अथवा / OR

Evaluate $\int \frac{(x^2 + 1)e^x}{(x+1)^2} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

Evaluate $\int \frac{(x^2 + 1)e^x}{(x+1)^2} dx$

- 25 समाकलन का उपयोग करते हुए एक ऐसे त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष $(1, 0)$, $(2, 2)$ एवं $(3, 1)$ हैं।

5

Using integration find the area of region bounded by the triangle whose vertices are $(1, 0)$, $(2, 2)$ and $(3, 1)$.

अथवा / OR

परवलय $y^2 = 4ax$ और उसके नाभिलंब से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area of the parabola $y^2 = 4ax$ bounded by its latus rectum.

26 अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x^2$ को हल कीजिए।

5

Solve the differential equation

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x^2$$

अथवा / OR

अवकल समीकरण $\log\left(\frac{dy}{dx}\right) = 3x + 4y$ को विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए। दिया हुआ है

कि $y = 0$ यदि $x = 0$

Find the particular solution of the differential equation $\log\left(\frac{dy}{dx}\right) = 3x + 4y$,

given that $y = 0$ when $x = 0$.

