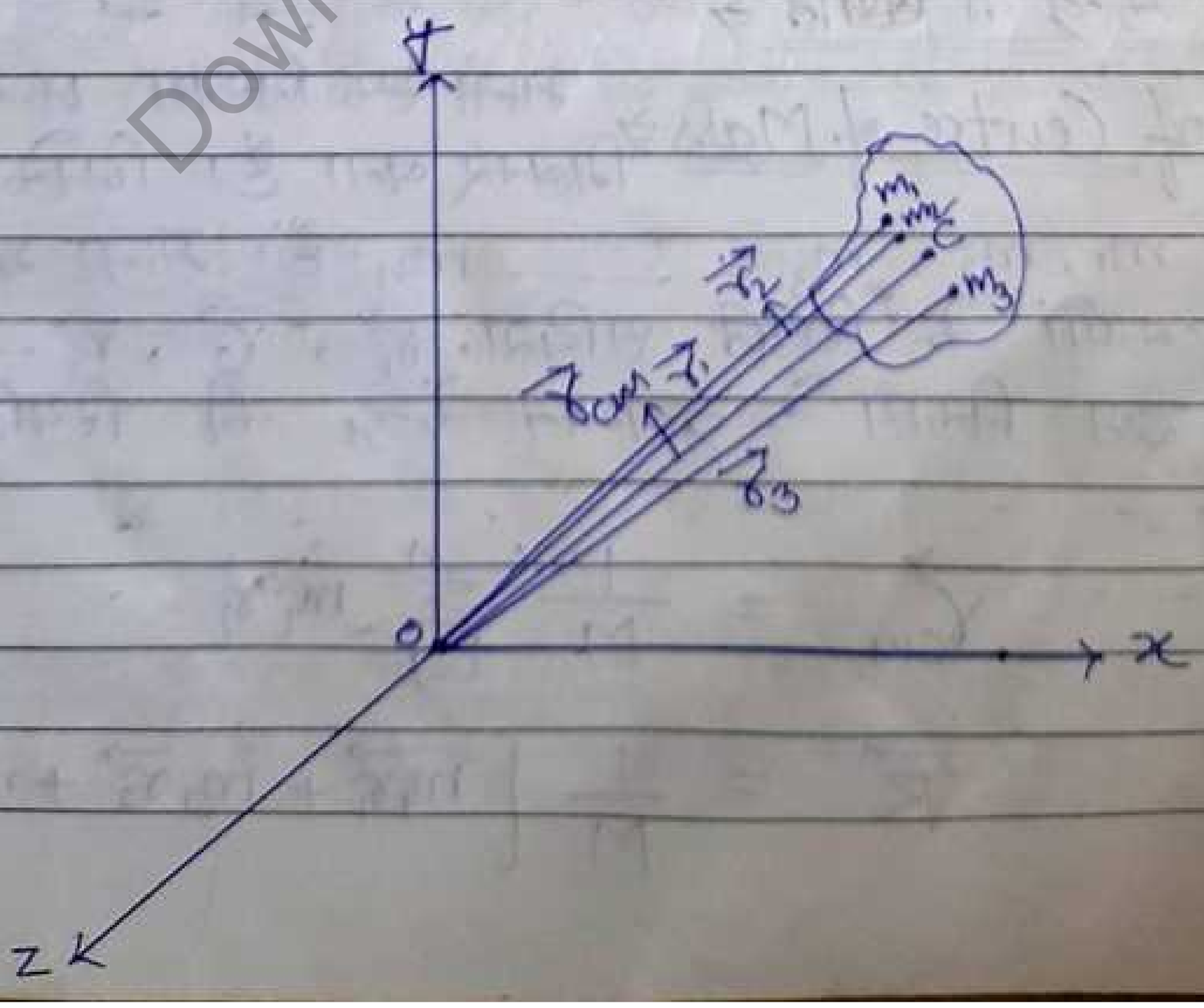
-¦ पाठ ⇒ 11 ¦-
-¦ द्रव्यमान केन्द्र ¦-
-¦ Centre of Mass ¦-

→ **द्रव्यमान केन्द्र** ⇒ किसी निकाय का वह बिन्दु जो सम्पूर्ण निकाय की गति को अभिलक्षित करता है तथा जिस पर निकाय का सम्पूर्ण द्रव्यमान एकत्रित (केन्द्रित) होता है। द्रव्यमान केन्द्र कहलाता है।

नियमित आकृति की वस्तुओं में द्रव्यमान केन्द्र के चारों ओर वस्तु सममिति (cemetric) होती है। जबकि अनियमित आकार की वस्तुओं में द्रव्यमान केन्द्र द्रव्यमान वितरण पर निर्भर करता है।

// **Note** ⇒ किसी वस्तु का द्रव्यमान केन्द्र वस्तु के भीतर, पृष्ठ पर अथवा बाहर कहीं भी हो सकता है।

→ **द्रव्यमान केन्द्र की स्थिति** ⇒
Position of Centre of Mass ⇒ माना एक निकाय n कणों से मिलकर बना है। जिनके द्रव्यमान क्रमशः $m_1, m_2, m_3, \ldots\ldots m_n$ तथा कणों के मूलबिन्दु के सापेक्ष स्थिति सदिश $\vec{r_1}, \vec{r_2}, \vec{r_3}, \ldots\ldots \vec{r_n}$ है।



Downloaded from techoedu.com

माना निकाय का द्रव्यमान केंद्र बिंदु C पर है। जिसका मूलबिन्दु के सापेक्ष स्थिति सदिश $\vec{R}$ या $\vec{r}_{cm}$ है। तो-

$$\vec{R} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + m_3\vec{r}_3 + \cdots\cdots + m_n\vec{r}_n}{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots\cdots + m_n}$$

$$\vec{R} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i}{M}$$

Where,

$M = m_1 + m_2 + m_3 + \cdots\cdots + m_n$

M = निकाय का सम्पूर्ण द्रव्यमान

// Note ⇒ यदि निकाय का द्रव्यमान केन्द्र मूलबिन्दु पर स्थित है। अर्थात $\vec{R} = 0$ तो -

$$\sum m_i \vec{r}_i = 0$$

"द्रव्यमान केन्द्र के परितः निकाय के कणों के आघूर्णों का योग शून्य होता है।"

→ द्रव्यमान केन्द्र की गति ⇒

Motion of Centre of Mass ⇒ माना एक निकाय n कणों से मिलकर बना है। जिनके द्रव्यमान क्रमशः $m_1, m_2, m_3 \cdots\cdots m_n$ हैं। माना मूलबिन्दु के सापेक्ष कणों के स्थिति सदिश $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3 \cdots\cdots \vec{r}_n$ हैं। तो इस निकाय के द्रव्यमान केन्द्र की स्थिति निम्न होगी।

$$\vec{r}_{cm} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i$$

या

$$\vec{R} = \frac{1}{M}\left[m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + m_3\vec{r}_3 + \cdots + m_n\vec{r}_n\right]$$

Downloaded from rechoedu.com

Cpnetexam.blogspot.com

t के सापेक्ष अवकलन करने पर –

$$\frac{d\vec{r}_{cm}}{dt} = \frac{1}{M}\left[m_1\frac{d\vec{r}_1}{dt} + m_2\frac{d\vec{r}_2}{dt} + \cdots + m_n\frac{d\vec{r}_n}{dt}\right]$$

$$\vec{V}_{cm} = \frac{1}{M}\left[m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + m_3\vec{v}_3 + \cdots m_n\vec{v}_n\right]$$

$$\boxed{\vec{V}_{cm} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} m_i v_i}$$

यह समीकरण द्रव्यमान केन्द्र की गति को प्रदर्शित करता है।

→ **पिण्डों के द्रव्यमान केन्द्र की स्थितियाँ ⇒**

1. एकसमान सीधी छड का द्रव्यमान केन्द्र – छड के मध्य पर
2. आयताकार पटल का द्रव्यमान केन्द्र – माध्यिकाओं के कटान बिन्दु पर
3. त्रिभुजाकार पटल का द्रव्यमान केन्द्र – माध्यिकाओं के कटान बिन्दु पर
4. वृत्ताकार वलय का द्रव्यमान केन्द्र – केन्द्र पर
5. खोखले गोले अथवा ठोस गोले का द्रव्यमान केन्द्र – गोले के ज्यामितीय केन्द्र पर
6. शंकु का द्रव्यमान केन्द्र – आधार से $\frac{h}{4}$ ऊँचाई पर
7. खोखले अथवा ठोस बेलन का द्रव्यमान केन्द्र – अक्ष के मध्य बिन्दु पर

→ **विलगित निकाय** – वह निकाय जिस पर कोई नेट बाह्य बल कार्य न करे विलगित निकाय कहलाता है।

बिलगित निकाय का द्रव्यमान केन्द्र या तो स्थिर रहता है या नियत वेग से गति करता है।

→ **द्रव्यमान केन्द्र की निर्भरता** – किसी पिण्ड का द्रव्यमान केन्द्र निम्न कारकों पर निर्भर करता है।

Downloaded from eduschool.com

Cpnetexam.blogspot.com